

РУКОВОДЯЩИЕ ТЕХНИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

ТУРБИНЫ ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ

ВИБРАЦИОННЫЕ РАСЧЕТЫ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ
КАПСУЛЬНЫХ АГРЕГАТОВ

РТМ 24.023.04

Ленинград
1971

597329

621.224 (023)

Т 86

РАЗРАБОТАНЫ Центральным научно-исследовательским и проектно-конструкторским котлотурбинным институтом им. И. И. Ползунова

Директор

МАРКОВ Н. М.

Начальник отдела гидротурбин

КОВАЛЕВ Н. Н.

Руководитель темы

ПОСТОЕВ В. С.

Исполнители:

СМЕЛКОВ Л. Л.,

РАБИН Ю. И.

Заведующий базовым отраслевым отделом стандартизации **БАРАНОВ А. П.**

СОГЛАСОВАНЫ с Ленинградским металлическим заводом им. XII съезда КПСС

Главный конструктор гидротурбин

ЩЕГОЛЕВ Г. С.

с Харьковским заводом им. С. М. Кирова

Главный конструктор гидротурбин

РОБУК Н. Н.

ПОДГОТОВЛЕНЫ К УТВЕРЖДЕНИЮ Главтурбопромом Министерства тяжелого, энергетического и транспортного машиностроения

Главный инженер

ПОЛИЩУК В. Л.

УТВЕРЖДЕНЫ Министерством тяжелого, энергетического и транспортного машиностроения

Зам. министра

СИРЫЙ П. О.



РУКОВОДЯЩИЕ ТЕХНИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

ТУРБИНЫ ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ

ВИБРАЦИОННЫЕ РАСЧЕТЫ
ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ КАПСУЛЬНЫХ
АГРЕГАТОВ**РТМ 24.023.04**

Утверждены распоряжением Министерства тяжелого, энергетического и транспортного машиностроения от 29 января 1971 г. № 1-002-38/1326

Настоящий рекомендуемый материал устанавливает методы вибрационного расчета основных узлов горизонтальных капсульных гидроагрегатов с несущей конструкцией стержневого типа (несущая конструкция без бычка) и решает следующие задачи:

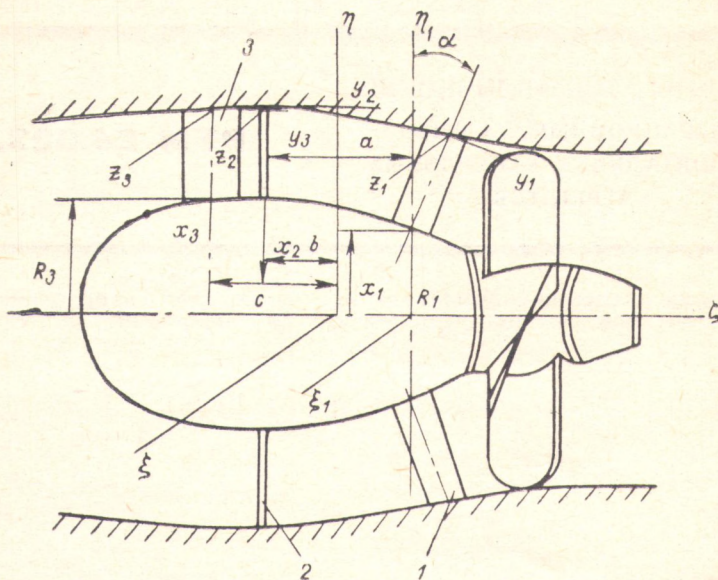
- создание методики расчета собственных частот несущей конструкции гидроагрегата;
- создание методики определения собственных частот вала гидроагрегата;
- расчет вынужденных колебаний основных узлов агрегата при коротких замыканиях и сбросах нагрузки, небалансе масс и при других поперечных силах.

1. СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ НЕСУЩЕЙ КОНСТРУКЦИИ

1.1. При расчетах капсула агрегата схематизируется абсолютно твердым телом. Учет податливости оболочки капсулы может уменьшить собственную частоту на 10—15%.

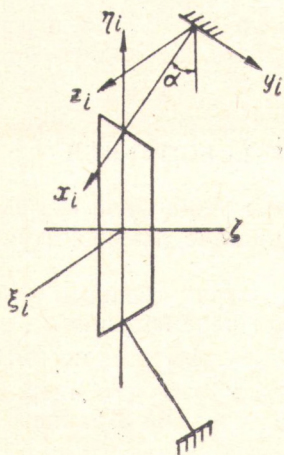
1.2. Рассматривается общий случай пространственного движения гидроагрегата, когда капсула совершает перемещения u_η , u_z , u_ε и φ_η , φ_z , φ_ε и повороты φ_η , φ_z , φ_ε (черт. 1). Расстояния между колоннами 1 и растяжками 2 равно a , между центром инерции и соответственно растяжками 2 и проходной колонной 3 равно b и c .

Схема горизонтального капсульного агрегата



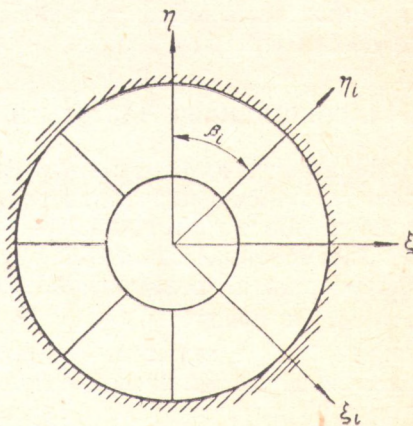
Черт. 1

Расчетная схема горизонтального капсульного агрегата для крутильных и продольных колебаний



Черт. 2

Вид горизонтального капсульного агрегата по потоку



Черт. 3

Введем оси $\eta_1 \xi \xi_1$ (см. черт. 1), оси $\eta_i \xi \xi_{1i}$ (черт. 2,3), наклоненные к осям $\eta_1 \xi \xi_1$ под углом β_i и местные оси $x_{1i} y_{1i} z_{1i}$, связанные с колонной ($\beta_i = \frac{2\pi}{n} i$, где i — номер колонны, n — число колонн). Перемещения и повороты конца i -той колонны статора при указанных выше перемещениях и поворотах центра инерции гидроагрегата будут:

$$\left. \begin{aligned} u_{xi}^1 &= -u_{\eta} \cos \beta_i \cos \alpha - \varphi_{\xi} (a - b) \cos \beta_i \cos \alpha - \varphi_{\zeta} R_1 \cos \beta_i \times \\ &\quad \times \sin \alpha - u_{\xi} \sin \beta_i \cos \alpha - \varphi_{\eta} b \sin \beta_i \cos \alpha - \varphi_{\eta} R_1 \sin \beta_i \sin \alpha - \\ &\quad - u_{\zeta} \sin \alpha; \\ u_{yi}^1 &= -u_{\eta} \cos \beta_i \sin \alpha - \varphi_{\xi} (a - b) \cos \beta_i \sin \alpha - \varphi_{\zeta} R_1 \cos \alpha - \\ &\quad - u_{\xi} \sin \beta_i \sin \alpha + \varphi_{\eta} (a - b) \sin \beta_i \sin \alpha + \varphi_{\eta} R_1 \sin \beta_i \cos \alpha + \\ &\quad + u_{\zeta} \cos \alpha; \\ u_{zi}^1 &= -u_{\eta} \sin \beta_i - u_{\xi} \cos \beta_i - \varphi_{\eta} (a - b) \cos \beta_i + \varphi_{\zeta} R_1; \\ \varphi_{xi}^1 &= -\varphi_{\xi} \sin \beta_i \cos \alpha - \varphi_{\eta} \cos \beta_i \cos \alpha - \varphi_{\zeta} \sin \alpha; \\ \varphi_{yi}^1 &= -\varphi_{\xi} \sin \beta_i \sin \alpha - \varphi_{\eta} \cos \beta_i \sin \alpha + \varphi_{\zeta} \cos \alpha; \\ \varphi_{zi}^1 &= \varphi_{\xi} \cos \beta_i - \varphi_{\eta} \sin \beta_i. \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

Здесь α — угол наклона колонн статора; R_1 — радиус их установки.

1.3. По (1.1) получим выражения для усилий и моментов, возникающих в местах закрепления колонн в капсуле:

$$\left. \begin{aligned} Q_{zi} &= \varphi_{yi}^1 \alpha_{1i} + u_{zi}^1 \alpha_{2i}; \\ M_{yi} &= \varphi_{yi}^1 \alpha_{3i} + u_{zi}^1 \alpha_{4i}; \\ Q_{yi} &= \varphi_{zi}^1 \alpha_{5i} + u_{yi}^1 \alpha_{6i}; \\ M_{zi} &= \varphi_{zi}^1 \alpha_{7i} + u_{yi}^1 \alpha_{8i}; \\ Q_{xi} &= u_{xi}^1 \alpha_{9i}; \\ M_{xi} &= \varphi_{xi}^1 \alpha_{10i}. \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

1.4. В (1.2) коэффициенты α_{ji} имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{1i} &= \frac{\frac{l}{2}}{\frac{l^3}{12EJ_{yi}} + \frac{l}{k'GA_i}}; & \alpha_{2i} &= \frac{1}{\frac{l^3}{12EJ_{yi}} + \frac{l}{k'GA_i}}; \\ \alpha_{3i} &= \frac{\frac{l^2}{3} + \frac{EJ_{yi}}{k'GA_i}}{\frac{l^3}{12EJ_{yi}} + \frac{l}{k'GA_i}}; & \alpha_{4i} &= \alpha_{1i}; \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned}
 \alpha_{5i} &= \frac{-\frac{l}{2}}{\frac{l^3}{12EJ_{zi}} + \frac{l}{k'GA_i}}; & \alpha_{6i} &= \frac{1}{\frac{l^3}{12EJ_{zi}} + \frac{l}{k'GA_i}}; \\
 \alpha_{7i} &= \frac{\frac{l^2}{3} + \frac{EJ_{zi}}{k'GA_i}}{\frac{l^3}{12EJ_{zi}} + \frac{l}{k'GA_i}}; & \alpha_{8i} &= \alpha_{5i}; \\
 \alpha_{9i} &= \frac{EA_i}{l}; & \alpha_{10i} &= \frac{GJ_{pi}}{l},
 \end{aligned} \tag{1.3}$$

где l — длина колонны;

J_{yi}, J_{zi}, A_i — моменты инерции сечения колонны относительно осей y и z и площадь сечения;

J_p — полярный момент инерции сечения колонны;

E и G — модуль Юнга и модуль Гука при кручении;

k' — коэффициент формы сечения.

1.5. Подставляя (1.1) в (1.2), будем иметь:

$$\left. \begin{aligned}
 Q_{zi} &= \delta_{11}^i \sin \beta_i + \delta_{12}^i \cos \beta_i + \delta_{13}^i; \\
 M_{yi} &= \delta_{14}^i \sin \beta_i + \delta_{15}^i \cos \beta_i + \delta_{16}^i; \\
 Q_{yi} &= \delta_{17}^i \sin \beta_i + \delta_{18}^i \cos \beta_i + \delta_{19}^i; \\
 M_{zi} &= \delta_{20}^i \sin \beta_i + \delta_{21}^i \cos \beta_i + \delta_{22}^i; \\
 Q_{xi} &= \delta_{23}^i \sin \beta_i + \delta_{24}^i \cos \beta_i + \delta_{25}^i; \\
 M_{xi} &= \delta_{26}^i \sin \beta_i + \delta_{27}^i \cos \beta_i + \delta_{28}^i.
 \end{aligned} \right\} \tag{1.4}$$

В (1.4) введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 \delta_{11}^i &= -\varphi_{\xi} [a_{1i} \sin \alpha + a_{2i} (a - b)] - u_{\eta} a_{2i}; \\
 \delta_{12}^i &= -\varphi_{\eta} [a_{1i} \sin \alpha + a_{2i} (a - b)] + u_{\xi} a_{2i}; \\
 \delta_{13}^i &= \varphi_{\xi} (a_{1i} \cos \alpha + a_{2i} R_1); \\
 \delta_{14}^i &= -\varphi_{\xi} [a_{3i} \sin \alpha + a_{4i} (a - b)] - u_{\eta} a_{4i}; \\
 \delta_{15}^i &= -\varphi_{\eta} [a_{3i} \sin \alpha + a_{4i} (a - b)] + u_{\xi} a_{4i}; \\
 \delta_{16}^i &= \varphi_{\xi} (a_{3i} \cos \alpha + a_{4i} R_1); \\
 \delta_{17}^i &= \varphi_{\eta} [-a_{5i} + a_{6i} (a - b) \sin \alpha + a_{6i} R_1 \cos \alpha] - \\
 &\quad - u_{\xi} a_{6i} \sin \alpha; \\
 \delta_{18}^i &= \varphi_{\xi} [+a_{5i} - a_{6i} (a - b) \sin \alpha - a_{6i} R_1 \cos \alpha] - \\
 &\quad - u_{\eta} a_{6i} \sin \alpha;
 \end{aligned} \tag{1.5}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \delta_{19}^i &= u_{\zeta} \alpha_{6i} \cos \alpha; \\
 \delta_{20}^i &= \varphi_{\eta} [-\alpha_{7i} + \alpha_{8i} (a-b) \sin \alpha + \alpha_{8i} R_1 \cos \alpha] - \\
 &\quad - u_{\xi} \alpha_{8i} \sin \alpha; \\
 \delta_{21}^i &= \varphi_{\xi} [\alpha_{7i} - \alpha_{8i} (a-b) \sin \alpha - \alpha_{8i} R_1 \cos \alpha] - \\
 &\quad - u_{\eta} \alpha_{8i} \sin \alpha; \\
 \delta_{22}^i &= u_{\zeta} \alpha_{8i} \cos \alpha; \\
 \delta_{23}^i &= \varphi_{\eta} [\alpha_{9i} (a-b) \cos \alpha - \alpha_{9i} R_1 \sin \alpha] - u_{\xi} \alpha_{9i} \cos \alpha; \\
 \delta_{24}^i &= \varphi_{\xi} [-\alpha_{9i} (a-b) \cos \alpha + \alpha_{9i} R_1 \sin \alpha] - u_{\eta} \alpha_{9i} \cos \alpha; \\
 \delta_{25}^i &= -u_{\zeta} \alpha_{9i} \sin \alpha; \quad \delta_{26}^i = -\varphi_{\xi} \alpha_{10i} \cos \alpha; \\
 \delta_{27}^i &= -\varphi_{\eta} \alpha_{10i} \cos \alpha; \quad \delta_{28}^i = -\varphi_{\zeta} \alpha_{10i} \sin \alpha.
 \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

1.6. Найдем усилия и моменты, возникающие в местах закрепления растяжек и проходной колонны. Тогда будем иметь:

а) для растяжек:

$$Q_{xj} = \delta_{29}^j \sin \gamma_j + \delta_{30}^j \cos \gamma_j, \quad (1.6)$$

здесь γ_j — угол между двумя растяжками;

$$\delta_{29}^j = -\varphi_{\eta} \frac{EA_p}{l_p} b - u_{\xi} \frac{EA_p}{l_p};$$

$$\delta_{30}^j = -\varphi_{\xi} \frac{EA_p}{l_p} b - u_{\eta} \frac{EA_p}{l_p},$$

где A_p ; l_p — площадь сечения и длина растяжки;

б) для проходной колонны:

$$\left. \begin{aligned}
 \overline{Q}_y &= \varphi_{\xi} \delta_{31} + u_{\zeta} \delta_{32}; \\
 \overline{Q}_z &= \varphi_{\zeta} \delta_{33} + u_{\xi} \delta_{34} + \varphi_{\eta} \delta_{35}; \\
 \overline{M}_x &= \varphi_{\eta} \delta_{36}; \\
 \overline{M}_y &= \varphi_{\xi} \delta_{37} + u_{\xi} \delta_{38} + \varphi_{\eta} \delta_{39}; \\
 \overline{M}_z &= \varphi_{\xi} \delta_{40} + u_{\zeta} \delta_{41}; \\
 \overline{Q}_x &= \varphi_{\xi} \delta_{43} + u_{\eta} \delta_{42}.
 \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

1.7. Коэффициенты $\delta_{31} - \delta_{43}$ определяются по формулам:

$$\begin{aligned}
 \delta_{42} &= -\frac{E\bar{A}}{\bar{l}}; \quad \delta_{43} = \frac{cE\bar{A}}{\bar{l}}; \\
 \delta_{31} &= \frac{-\frac{\bar{l}}{2} - R_3}{\frac{\bar{l}^3}{12E\bar{J}_z} + \frac{\bar{l}}{k'G\bar{A}}}; \quad \delta_{32} = \frac{1}{\frac{\bar{l}^3}{12E\bar{J}_z} + \frac{\bar{l}}{k'G\bar{A}}}; \\
 \delta_{33} &= \frac{\frac{\bar{l}}{2} + R_3}{\frac{\bar{l}^3}{12E\bar{J}_y} + \frac{\bar{l}}{k'G\bar{A}}}; \quad \delta_{34} = \frac{1}{\frac{\bar{l}^3}{12E\bar{J}_y} + \frac{\bar{l}}{k'G\bar{A}}}; \\
 \delta_{35} &= \frac{c}{\frac{\bar{l}^3}{12E\bar{J}_y} + \frac{\bar{l}}{k'G\bar{A}}}; \quad \delta_{36} = -\frac{G\bar{J}_p}{\bar{l}}; \\
 \delta_{37} &= \frac{\frac{\bar{l}^2}{3} + \frac{E\bar{J}_y}{k'G\bar{A}} + R_3 \frac{\bar{l}}{2}}{\frac{\bar{l}^3}{12E\bar{J}_y} + \frac{\bar{l}}{k'G\bar{A}}}; \quad \delta_{38} = \frac{\frac{\bar{l}}{2}}{\frac{\bar{l}^3}{12E\bar{J}_y} + \frac{\bar{l}}{k'G\bar{A}}}; \\
 \delta_{39} &= \frac{c \frac{\bar{l}}{2}}{\frac{\bar{l}^3}{12E\bar{J}_y} + \frac{\bar{l}}{k'G\bar{A}}}; \quad \delta_{40} = \frac{\frac{\bar{l}^2}{3} + \frac{E\bar{J}_z}{k'G\bar{A}} + \frac{\bar{l}R_3}{2}}{\frac{\bar{l}^3}{12E\bar{J}_z} + \frac{\bar{l}}{k'G\bar{A}}}; \\
 \delta_{41} &= \frac{-\frac{\bar{l}}{2}}{\frac{\bar{l}^3}{12E\bar{J}_z} + \frac{\bar{l}}{k'G\bar{A}}},
 \end{aligned} \tag{1.8}$$

где \bar{A} , \bar{l} , \bar{J}_y , \bar{J}_z — площадь, длина и моменты инерции сечения проходной колонны; c — расстояние от центра инерции до сечения установки проходной колонны.

1.8. Проектируя все усилия и моменты, действующие в сечениях установки колонн, растяжек и проходной колонны на оси $\eta\xi\xi$, получим уравнения движения агрегата:

$$\begin{aligned}
 M_{\eta}\ddot{u}_{\eta} + Q_{\eta}^I + Q_{\eta}^{II} + Q_{\eta}^{III} &= 0; \\
 I_{\xi}\ddot{\varphi}_{\xi} + Q_{\eta}^I(a-b) - Q_{\eta}^{II}b - Q_{\eta}^{III}c + M_{\xi}^I + M_{\xi}^{III} &= 0; \\
 M_{\xi}\ddot{u}_{\xi} + Q_{\xi}^I + Q_{\xi}^{II} + Q_{\xi}^{III} &= 0; \\
 I_{\eta}\ddot{\varphi}_{\eta} - Q_{\xi}^I(a-b) + Q_{\xi}^{II}b + Q_{\xi}^{III}c + M_{\eta}^I + M_{\eta}^{III} &= 0;
 \end{aligned} \tag{1.9}$$

$$\left. \begin{aligned} M_z \ddot{u}_z + Q_z^I + Q_z^{III} &= 0; \\ I_z \ddot{\varphi}_z + M_z^I + M_z^{III} + Q_z^{III} R_3 &= 0, \end{aligned} \right\}$$

где M_η , M_ε , M_z , I_η , I_ε , I_z — массы и моменты инерции капсулы вместе с присоединенными массами и присоединенными моментами инерции масс воды относительно соответствующих осей координат; R_3 — радиус установки проходной колонны; Q_z^I , Q_z^I , Q_z^I , M_η^I , M_ε^I , M_z^I , Q_η^{II} , Q_ε^{II} , Q_z^{II} , Q_η^{III} , Q_ε^{III} , Q_z^{III} , M_η^{III} , M_ε^{III} , M_z^{III} — проекции главных векторов и главных моментов для усилий и моментов, действующих в сечениях установки колонн статора, растяжек и проходной колонны.

Выразив усилия и моменты через перемещения и повороты, получим уравнения движения в виде:

$$\left. \begin{aligned} M_\eta \ddot{u}_\eta + C_1 u_\eta + C_2 \varphi_\varepsilon &= 0; \\ M_z \ddot{u}_z + C_3 u_z &= 0; \\ I_\varepsilon \ddot{\varphi}_\varepsilon + C_4 \varphi_\varepsilon + C_5 u_\eta &= 0; \\ M_\varepsilon \ddot{u}_\varepsilon + C_6 u_\varepsilon + C_7 \varphi_\eta &= 0; \\ I_\eta \ddot{\varphi}_\eta + C_8 \varphi_\eta + C_9 u_\varepsilon &= 0; \\ I_z \ddot{\varphi}_z + C_{10} \varphi_z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

1.9. Выпишем выражения для коэффициентов C_i для гидроагрегата, имеющего одну проходную колонну, систему одинаковых симметрично установленных растяжек и систему колонн статора, имеющего все одинаковые симметрично установленные колонны, кроме двух вертикальных, которые отличаются от других колонн размерами:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= 2(\alpha_{9M} + \alpha_{96}) \cos^2 \alpha + 2(\alpha_{6M} + \alpha_{66}) \sin^2 \alpha + 4\alpha_{2M} + \\ &\quad + \frac{m}{2} \cdot \frac{EA_p}{l_p} - \delta_{42}; \\ C_2 &= 2(\alpha_{9M} + \alpha_{96}) \cos^2 \alpha (a - b) - 2(\alpha_{9M} + \alpha_{96}) R_1 \cos \alpha \times \\ &\quad \times \sin \alpha - 2(\alpha_{5M} + \alpha_{56}) \sin \alpha + 2(\alpha_{6M} + \alpha_{66}) (a - b) \sin^2 \alpha + \\ &\quad + 2(\alpha_{6M} + \alpha_{66}) R_1 \sin \alpha \cos \alpha + 4\alpha_{1M} \sin \alpha + \\ &\quad + 4\alpha_{2M} (a - b) - \frac{m}{2} \cdot \frac{EA_p}{l} b - \delta_{43}; \\ C_3 &= \sin^2 \alpha (2\alpha_{96} + 6\alpha_{9M}) + \cos^2 \alpha (6\alpha_{6M} + 2\alpha_{66}) + \delta_{32}; \\ C_4 &= 2(a - b)^2 \cos^2 \alpha (\alpha_{9M} + \alpha_{96}) - 4(a - b) R_1 \sin \alpha \times \\ &\quad \times \cos \alpha (\alpha_{9M} + \alpha_{96}) - 2(a - b) (\alpha_{5M} + \alpha_{56}) \sin \alpha + \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

$$\begin{aligned}
& + 2(\alpha_{6M} + \alpha_{66})(a - b)^2 \sin^2 \alpha + 4(a - b)\alpha_{1M} \sin \alpha + \\
& + 4\alpha_{2M}(a - b)^2 + \frac{m}{2} \cdot \frac{EA_p}{l_p} b^2 + c\delta_{43} + 4\alpha_{10M} \cos^2 \alpha + \\
& + 4\alpha_{3M} \sin^2 \alpha + 4(a - b)\alpha_{4M} \sin \alpha + 2(\alpha_{7M} + \alpha_{76}) - \\
& - 2(a - b)(\alpha_{8M} + \alpha_{86}) \sin \alpha - 2R_1(\alpha_{8M} + \alpha_{86}) \cos \alpha - \\
& - 2R_1 \cos \alpha (\alpha_{5M} + \alpha_{56}) + 4R_1 \cos \alpha \sin \alpha (a - b)(\alpha_{6M} + \\
& + \alpha_{66}) + 2R_1^2 \cos^2 \alpha (\alpha_{6M} + \alpha_{66}) - 2R_1 \sin \alpha \cos \alpha (a - b) \times \\
& \times (\alpha_{9M} + \alpha_{96}) + 2R_1^2 \sin \alpha (\alpha_{9M} + \alpha_{96}) + \delta_{40} - R_3 \delta_{31}; \\
C_5 = & 2(a - b)(\alpha_{9M} + \alpha_{96}) \cos^2 \alpha + 2(a - b)(\alpha_{6M} + \alpha_{66}) \times \\
& \times \sin^2 \alpha + 4(a - b)\alpha_{2M} - \frac{m}{2} \cdot \frac{EA_p}{l_p} b + c\delta_{42} + \\
& + 4\alpha_{4M} \sin \alpha - 2 \sin \alpha (\alpha_{8M} + \alpha_{86}) + 2R_1 \sin \alpha \cos \alpha (\alpha_{6M} + \\
& + \alpha_{66}) - 2R_1 \sin \alpha \cos \alpha (\alpha_{9M} + \alpha_{96}); \\
C_6 = & 4\alpha_{9M} \cos^2 \alpha + 4\alpha_{6M} \sin^2 \alpha + 2(\alpha_{2M} + \alpha_{26}) + \\
& + \frac{m}{2} \cdot \frac{EA_p}{l_p} b + \delta_{34}; \\
C_7 = & -4(a - b)\alpha_{9M} \cos^2 \alpha + 4\alpha_{9M} R_1 \sin \alpha \cos \alpha + \\
& + 4\alpha_{5M} \sin \alpha - 4\alpha_{6M}(a - b) \sin^2 \alpha - 4\alpha_{6M} R_1 \cos \alpha \sin \alpha - \\
& - 2(\alpha_{1M} + \alpha_{16}) \sin \alpha - 2(\alpha_{2M} + \alpha_{26})(a - b) + \\
& + \frac{m}{2} \cdot \frac{EA_p}{l_p} b + \delta_{35}; \\
C_8 = & 4(a - b)^2 \alpha_{9M} \cos^2 \alpha - 4(a - b)\alpha_{9M} R_1 \sin \alpha \cos \alpha - \\
& - 4(a - b)\alpha_{5M} \sin \alpha + 4(a - b)^2 \alpha_{6M} \sin^2 \alpha + 4(a - b) \times \\
& \times \alpha_{6M} R_1 \sin \alpha \cos \alpha + 2(a - b)(\alpha_{1M} + \alpha_{16}) \sin \alpha + \\
& + 2(a - b)^2 (\alpha_{2M} + \alpha_{26}) + \frac{m}{2} \cdot \frac{EA_p}{l_p} b^2 + \delta_{35} c + 2 \cos^2 \alpha \times \\
& \times (\alpha_{10M} + \alpha_{106}) + 2 \sin^2 \alpha (\alpha_{3M} + \alpha_{36}) + 2 \sin \alpha (a - b) \times \\
& \times (\alpha_{4M} + \alpha_{46}) + 4\alpha_{7M} - 4(a - b)\alpha_{8M} \sin \alpha - 4R_1 \alpha_{8M} \cos \alpha - \\
& - 4R_1 \alpha_{5M} \cos \alpha + 4R_1 \cos \alpha \sin \alpha (a - b)\alpha_{6M} + \\
& + 4R_1^2 \alpha_{6M} \cos^2 \alpha - 4R_1 (a - b)\alpha_{9M} \cos \alpha \sin \alpha + \\
& + 4R_1^2 \alpha_{9M} \sin^2 \alpha - \delta_{36}; \\
C_9 = & -4(a - b)\alpha_{9M} \cos^2 \alpha - 4(a - b)\alpha_{6M} \sin^2 \alpha - \\
& - 2(a - b)(\alpha_{2M} + \alpha_{26}) + \frac{m}{2} \cdot \frac{EA_p}{l_p} b + \delta_{34} c - 2 \sin \alpha \times \\
& \times (\alpha_{4M} + \alpha_{46}) + 4\alpha_{8M} \sin \alpha - 4R_1 \sin \alpha \alpha_{6M} \cos \alpha + \\
& + 4R_1 \alpha_{9M} \sin \alpha \cos \alpha;
\end{aligned} \tag{1.11}$$

$$C_{10} = \sin^2 \alpha (6z_{10M} + 2z_{106}) + \cos^2 \alpha (6z_{3M} + 2z_{36}) + \\ + 2R_1^2 (6z_{2M} + 2z_{26}) + R_1 \cos \alpha (6z_{1M} + 2z_{16}) + \\ + \delta_{37} + R_3 \delta_{33}.$$

1.10. В (1.11) введены следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{1M} &= \frac{\frac{l}{2}}{\frac{l^3}{12EJ_{yM}} + \frac{l}{k'GA_M}}; & \alpha_{16} &= \frac{\frac{l}{2}}{\frac{l^3}{12EJ_{y6}} + \frac{l}{k'GA_6}}; \\ \alpha_{2M} &= \frac{1}{\frac{l^3}{12EJ_{yM}} + \frac{l}{k'GA_M}}; & \alpha_{26} &= \frac{1}{\frac{l^3}{12EJ_{y6}} + \frac{l}{k'GA_6}}; \\ \alpha_{3M} &= \frac{\frac{l^2}{3} + \frac{EJ_{yM}}{k'GA_M}}{\frac{l^3}{12EJ_{yM}} + \frac{l}{k'GA_M}}; & \alpha_{36} &= \frac{\frac{l^2}{3} + \frac{EJ_{y6}}{k'GA_6}}{\frac{l^3}{12EJ_{y6}} + \frac{l}{k'GA_6}}; \\ \alpha_{4M} &= \alpha_{1M}; & \alpha_{46} &= \alpha_{16}; \\ \alpha_{5M} &= \frac{-\frac{l}{2}}{\frac{l^3}{12EJ_{zM}} + \frac{l}{k'GA_M}}; & \alpha_{56} &= \frac{-\frac{l}{2}}{\frac{l^3}{12EJ_{z6}} + \frac{l}{k'GA_6}}; \\ \alpha_{6M} &= \frac{1}{\frac{l^3}{12EJ_{zM}} + \frac{l}{k'GA_M}}; & \alpha_{66} &= \frac{1}{\frac{l^3}{12EJ_{z6}} + \frac{l}{k'GA_6}}; \\ \alpha_{7M} &= \frac{\frac{l^2}{3} + \frac{EJ_{zM}}{k'GA_M}}{\frac{l^3}{12EJ_{zM}} + \frac{l}{k'GA_M}}; & \alpha_{76} &= \frac{\frac{l^2}{3} + \frac{EJ_{z6}}{k'GA_6}}{\frac{l^3}{12EJ_{z6}} + \frac{l}{k'GA_6}}; \\ \alpha_{8M} &= \alpha_{5M}; & \alpha_{86} &= \alpha_{56}; \\ \alpha_{9M} &= \frac{EA_M}{l}; & \alpha_{96} &= \frac{EA_6}{l}; \\ \alpha_{10M} &= \frac{GJ_{pM}}{l}; & \alpha_{106} &= \frac{GJ_{p6}}{l}. \end{aligned} \right\} \quad (1.12)$$

В (1.12) индексы «м» и «б» относятся к параметрам малой и большой колонн соответственно.

1.11. Для гидроагрегатов с симметричной конструкцией статора коэффициенты C_i имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{n}{2} \left[\frac{EA}{l} \cos^2 \alpha + \frac{\sin^2 \alpha}{\frac{l^3}{12EJ_z} + \frac{l}{k'GA}} + \frac{1}{\frac{l^3}{12EJ_y} + \frac{l}{k'GA}} \right] + \\ &\quad + \frac{m}{2} \cdot \frac{EA_p}{l_p}; \\ C_2 &= \frac{n}{2} \left[\frac{EA}{l} \cos^2 \alpha (a - b) - \frac{EA}{l} R_1 \cos \alpha \sin \alpha + \right. \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\frac{l}{2} \sin \alpha}{\frac{l^3}{12EJ_z} + \frac{l}{k'GA}} + \frac{(a-b) \sin^2 \alpha}{\frac{l^3}{12EJ_z} + \frac{l}{k'GA}} + \frac{R_1 \cos \alpha \sin \alpha}{\frac{l^3}{12EJ_z} + \frac{l}{k'GA}} + \\
 & + \frac{\frac{l}{2} \sin \alpha}{\frac{l^3}{12EJ_y} + \frac{l}{k'GA}} + \frac{a-b}{\frac{l^3}{12EJ_y} + \frac{l}{k'GA}} \left] - \frac{m}{2} \cdot \frac{EA_p}{l_p} b; \right. \\
 & C_3 = n \left[\frac{12EJ_z \cos^2 \alpha}{l^3 + \frac{12EJ_z l}{k'GA}} + \frac{EA \sin^2 \alpha}{l} \right]; \\
 & C_4 = \frac{n}{2} \left[(a-b)^2 \cos^2 \alpha \frac{EA}{l} - (a-b) R_1 \frac{EA}{l} \sin 2\alpha + \right. \\
 & + \frac{(a-b)^2 \sin^2 \alpha}{\frac{l^3}{12EJ_z} + \frac{l}{k'GA}} + \frac{R_1 (a-b) \sin 2\alpha}{\frac{l^3}{12EJ_z} + \frac{l}{k'GA}} + \frac{(a-b) l \sin \alpha}{\frac{l^3}{12EJ_y} + \frac{l}{k'GA}} + \\
 & + \frac{(a-b)^2}{\frac{l^3}{12EJ_y} + \frac{l}{k'GA}} + \frac{GJ_p}{l} \cos^2 \alpha + \frac{\left(\frac{l^2}{3} + \frac{EJ_y}{k'GA} \right) \sin^2 \alpha}{\frac{l^3}{12EJ_y} + \frac{l}{k'GA}} + \\
 & + \frac{\frac{l^2}{3} + \frac{EJ_z}{k'GA}}{\frac{l^3}{12EJ_z} + \frac{l}{k'GA}} + \frac{l(a-b) \sin \alpha + R_1 l \cos \alpha}{\frac{l^3}{12EJ_z} + \frac{l}{k'GA}} + \frac{R_1^2 \cos^2 \alpha}{\frac{l^3}{12EJ_z} + \frac{l}{k'GA}} + \\
 & \left. + R_1^2 \frac{EA}{l} \sin^2 \alpha \right] + \frac{m}{2} \cdot \frac{EA_p}{l_p} b^2; \\
 & C_5 = \frac{n}{2} \left[\frac{(a-b) EA \cos^2 \alpha}{l} + \frac{(a-b) \sin^2 \alpha}{\frac{l^3}{12EJ_z} + \frac{l}{k'GA}} + \right. \\
 & + \frac{a-b}{\frac{l^3}{12EJ_y} + \frac{l}{k'GA}} + \frac{\frac{l}{2} \sin \alpha}{\frac{l^3}{12EJ_y} + \frac{l}{k'GA}} + \frac{\frac{l}{2} \sin \alpha}{\frac{l^3}{12EJ_z} + \frac{l}{k'GA}} + \\
 & + \frac{R_1 \sin \alpha \cos \alpha}{\frac{l^3}{12EJ_z} + \frac{l}{k'GA}} - \frac{R_1 EA \sin \alpha \cos \alpha}{l} \left] - \frac{m}{2} \cdot \frac{EA_p}{l_p} b; \right. \\
 & C_6 = C_1; \quad C_7 = -C_2; \quad C_8 = C_4; \quad C_9 = -C_5; \\
 & C_{10} = \frac{n}{2} \left[\sin^2 \alpha \frac{GJ_p}{l} + \frac{\left(\frac{l^2}{3} + \frac{EJ_y}{k'GA} \right) \cos^2 \alpha}{\frac{l^3}{12EJ_y} + \frac{l}{k'GA}} + \right. \\
 & \left. + \frac{l R_1 \cos \alpha + R_1^2}{\frac{l^3}{12EJ_y} + \frac{l}{k'GA}} \right],
 \end{aligned} \tag{1.13}$$

где n — число колонн статора; m — число растяжек.

1.12. Решение системы уравнений (1.10) находим в виде:

$$\left. \begin{aligned} u_{\eta} &= A_1 \sin \omega t; \quad \varphi_{\xi} = A_2 \sin \omega t; \quad u_{\zeta} = A_3 \sin \omega t; \\ u_{\xi} &= A_4 \sin \omega t; \quad \varphi_{\eta} = A_5 \sin \omega t; \quad \varphi_{\zeta} = A_6 \sin \omega t. \end{aligned} \right\} \quad (1.14)$$

1.13. В результате подстановки (1.14) в (1.10) получим:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{C_3}{M_{\zeta}}}; \quad (1.15)$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{C_{10}}{I_{\xi}}}; \quad (1.16)$$

$$\omega_{3,4} = \sqrt{\frac{C_1 I_{\xi} + C_4 M_{\eta} \pm \sqrt{(C_1 I_{\xi} + C_4 M_{\eta})^2 - 4 M_{\eta} I_{\xi} (C_1 C_4 - C_5 C_6)}}{2 M_{\eta} I_{\xi}}}; \quad (1.17)$$

$$\omega_{5,6} = \sqrt{\frac{C_6 I_{\eta} + C_8 M_{\xi} \pm \sqrt{(C_6 I_{\eta} + C_8 M_{\xi})^2 - 4 M_{\xi} I_{\eta} (C_6 C_8 - C_7 C_9)}}{2 M_{\xi} I_{\eta}}}. \quad (1.18)$$

В формулах (1.15), (1.16), (1.17) и (1.18) введены обозначения:

ω_1 — собственная частота продольных колебаний агрегата;

ω_2 — собственная частота крутильных колебаний;

ω_3 и ω_4 — собственные частоты поперечно-поворотных колебаний агрегата в вертикальной плоскости;

ω_5 и ω_6 — собственные частоты поперечно-поворотных колебаний в горизонтальной плоскости.

2. СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ ВАЛОВ ГИДРОАГРЕГАТОВ

2.1. При расчете вала на поперечные колебания принята методика [1], модернизированная введением в уравнения движения действительной скорости вращения агрегата. Это позволяет определять как собственные частоты вала, так и его критические скорости, разница между значениями которых может быть значительной.

2.2. Примем неподвижную систему координат, оси которой направим следующим образом: y — вверх, z — влево, x — вдоль оси вала к наблюдателю. Дифференциальное уравнение поперечных колебаний вала имеет вид:

$$E J_i \frac{\partial^4 y_i}{\partial x^4} + m_i \frac{\partial^2 y_i}{\partial t^2} = 0, \quad (2.1)$$

где m_i и J_i — соответственно распределенная масса и момент инерции i -того участка вала; E — модуль упругости материала вала.

Имея в виду, что вал совершает гармонические колебания $y_i = V_i(x) \sin pt$, получим дифференциальное уравнение упругой линии i -того участка:

$$V_i^{IV} - k_i^4 V_i = 0, \quad (2.2)$$

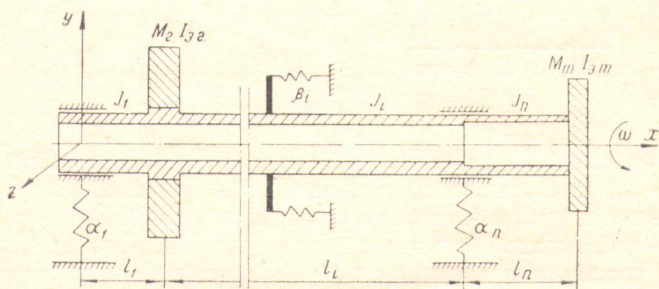
где $k_i^4 = \frac{m_i p^2}{EJ_i}$; p — частота собственных колебаний.

Общее решение уравнения (2.2) можно записать в виде:

$$V_i(z) = A_i S[k_i(x - a_i)] + B_i T[k_i(x - a_i)] + C_i U[k_i(x - a_i)] + D_i V[k_i(x - a_i)], \quad (2.3)$$

где A_i, B_i, C_i, D_i — произвольные постоянные; S, T, U, V — функции Крылова.

Расчетная схема для определения собственных частот поперечных колебаний валов гидроагрегатов



Черт. 4

Применительно к валам гидроагрегатов матрица произвольных постоянных $i+1$ -го участка выражается через матрицу произвольных постоянных i -того участка следующим образом (черт. 4)

$$\begin{pmatrix} A_{i+1} \\ B_{i+1} \\ C_{i+1} \\ D_{i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_i & T_i & U_i & V_i \\ b_i V_i & b_i S_i & b_i T_i & b_i U_i \\ d_i U_i & d_i V_i & d_i S_i & d_i T_i \\ f_i T_i & f_i U_i & f_i V_i & f_i S_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \\ D_i \end{pmatrix} + T, \quad (2.4)$$

где

$$T = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\beta_{i+1}}{EJ_{i+1}k_{i+1}} B_{i+1} \\ -\frac{\alpha_{i+1}}{EJ_{i+1}k_{i+1}^3} A_{i+1} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

в случае, когда участки вала разделяются опорой с коэффициентом упругой осадки α_{i+1} и коэффициентом упругой заделки β_{i+1} .

Если участки вала разделяются диском с массой M_{i+1} и экваториальным моментом инерции I_{oi+1} , то матрица примет вид:

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{I_{oi+1}\omega p - I_{oi+1}p^2}{EJ_{i+1}k_{i+1}} B_{i+1} & \frac{M_{i+1}p^2}{EJ_{i+1}k_{i+1}^3} A_{i+1} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

В выражениях (2.4), (2.5), (2.6) обозначено:

$$b_i = \frac{k_i}{k_{i+1}}; \quad d_i = \left(\frac{k_i}{k_{i+1}}\right)^2 \cdot \frac{J_i}{J_{i+1}}; \quad f_i = \left(\frac{k_i}{k_{i+1}}\right)^3 \cdot \frac{J_i}{J_{i+1}};$$

ω — угловая скорость вращения вала агрегата;

I_{oi+1} — осевой момент инерции диска.

2.3. Изложенная методика запрограммирована на ЭЦВМ «Напри-2» в режиме автопрограммирования. Блок-схема программы представлена на черт. 5.

2.4. При составлении алгоритма расчета на ЭЦВМ было принято во внимание то обстоятельство, что программа должна носить универсальный характер и учитывать все возможные виды перехода, имеющие место на практике, в любой последовательности. При этом число расчетных операций не имеет решающего значения, как это имеет место при ручном счете. Основной особенностью алгоритма является независимость вычисления произвольных постоянных последующего участка через произвольные постоянные предыдущего участка от вида перехода. Это достигается тем, что для каждого участка задается максимально возможное число данных. Данные, не имеющие места для конкретного участка, задаются нулями. Выполнение граничных условий также заложено в задании исходных данных. В программе предусмотрено вычисление для данного гидроагрегата собственной частоты при нормальных и разгонных оборотах, а также частоты, соответствующей критической скорости.

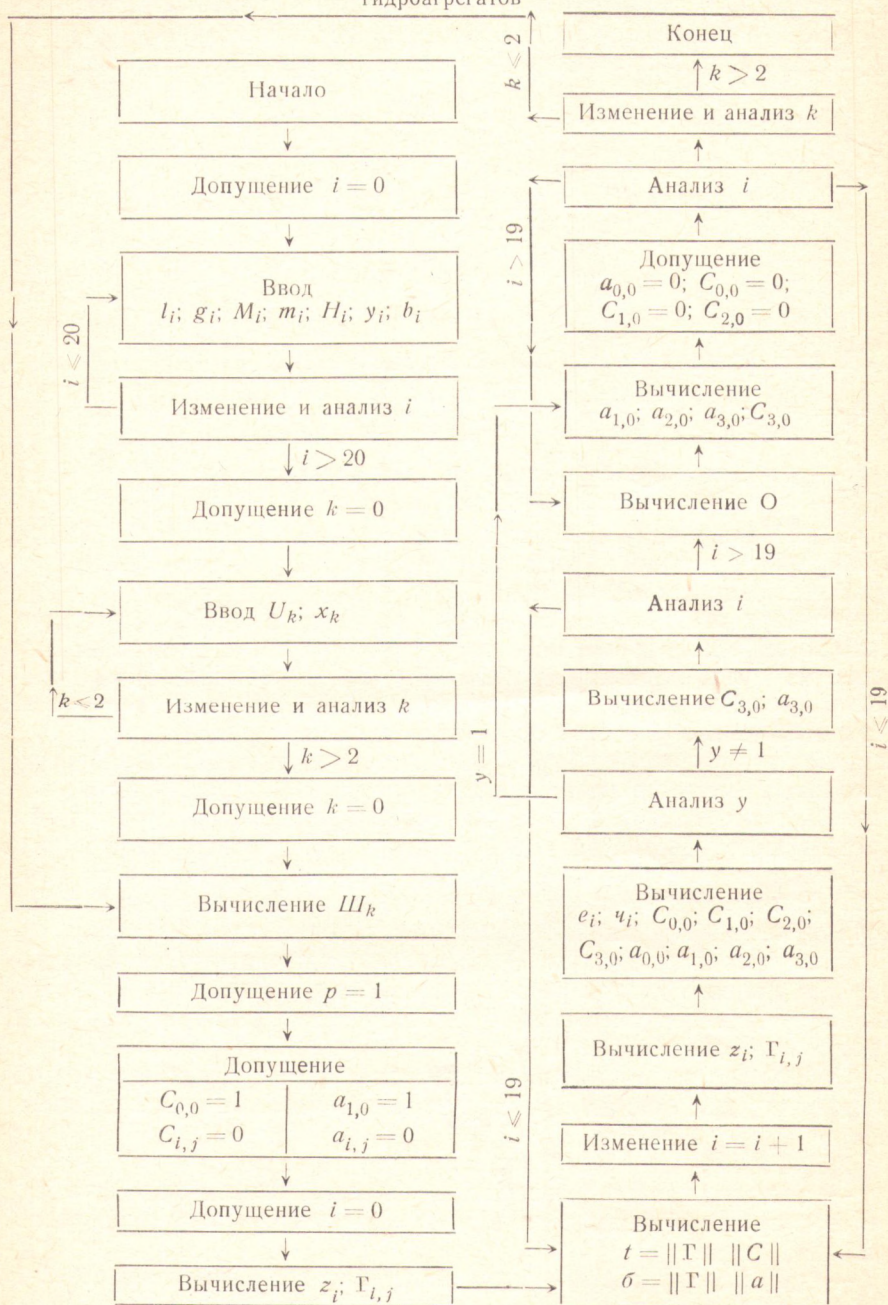
Программа предусматривает определение собственных частот поперечных колебаний валов как на податливых, так и на жестких опорах.

2.5. Особенности программы:

— вал начинается с консоли. Если такой нет, то записывается участок нулевой длины с площадью и моментом инерции первого участка;

— данные, характеризующие опору или диск, заносятся в $i+1$ -й участок;

Блок-схема программы по расчету собственных частот поперечных колебаний гидроагрегатов



Черт. 5

— когда определяются собственные частоты при нормальной и разгонной скоростях вращения вала, то $x_h=0$ (см. программу), а U_h принимает значения соответственно нормальной и разгонной угловых скоростей вращения;

— при определении частот, соответствующих критическим скоростям, $x_h=1$, а $U_h=0$.

2.6. Программа определения собственных частот поперечных колебаний гидроагрегатов

an i20 l g M H y b z e ч ы
k2 ш и х
i3 j3 c t Г а б

- 1) допустим $i=0$;
- 2) введем $l_i g_i M_i m_i H_i y_i b_i \omega_i$;
- 3) вставим $i=i+1$;
- 4) если $i-20 \leq 0$, идти к 2;
- 5) допустим $k=0$;
- 6) введем $U_h x_h$;
- 7) вставим $k=k+1$;
- 8) если $k-2 \leq 0$, идти к 6;
- 9) допустим $k=0$;
- 10) допустим $p=1$;
- 11) вычислим $Ш_h = U_h + p x_h$;
- 12) допустим

$$\begin{aligned} c_{0,0} &= 1; & c_{0,1} &= 0; & c_{0,2} &= 0; & c_{0,3} &= 0; \\ c_{1,0} &= 0; & c_{1,1} &= 0; & c_{1,2} &= 0; & c_{1,3} &= 0; \\ c_{2,0} &= 0; & c_{2,1} &= 0; & c_{2,2} &= 0; & c_{2,3} &= 0; \\ c_{3,0} &= 0; & c_{3,1} &= 0; & c_{3,2} &= 0; & c_{3,3} &= 0; \end{aligned}$$

- 13) допустим

$$\begin{aligned} a_{0,0} &= 0; & a_{0,1} &= 0; & a_{0,2} &= 0; & a_{0,3} &= 0; & a_{1,0} &= 1; & a_{1,1} &= 0; \\ a_{1,2} &= 0; & a_{1,3} &= 0; & a_{2,0} &= 0; & a_{2,1} &= 0; & a_{2,2} &= 0; & a_{2,3} &= 0; \\ a_{3,0} &= 0; & a_{3,1} &= 0; & a_{3,2} &= 0; & a_{3,3} &= 0; \end{aligned}$$

- 14) допустим $i=0$;

- 15) вычислим $z_i = 0,0014e((\lg i p^2 / M_i) / 4)$;

$$\Gamma_{0,0} = 0,5 (HCz_i l_i + (Cz_i l_i));$$

$$\Gamma_{0,1} = 0,5 (HSz_i l_i + (Sz_i l_i));$$

$$\Gamma_{0,2} = 0,5 (HCz_i l_i - (Cz_i l_i));$$

$$\Gamma_{0,3} = 0,5 (HSz_i l_i - (Sz_i l_i));$$

$$\Gamma_{1,0} = z_i \Gamma_{0,3}; \quad \Gamma_{1,1} = z_i \Gamma_{0,0}; \quad \Gamma_{1,2} = z_i \Gamma_{0,1}; \quad \Gamma_{1,3} = z_i \Gamma_{0,2};$$

$$\Gamma_{2,0} = z_i^2 M_i \Gamma_{0,2}; \quad \Gamma_{2,1} = z_i^2 M_i \Gamma_{0,3}; \quad \Gamma_{2,2} = z_i^2 M_i \Gamma_{0,0}; \quad \Gamma_{2,3} = z_i^2 M_i \Gamma_{0,1};$$

$$\Gamma_{3,0} = z_i^3 M_i \Gamma_{0,1}; \quad \Gamma_{3,1} = z_i^3 M_i \Gamma_{0,2}; \quad \Gamma_{3,2} = z_i^3 M_i \Gamma_{0,3}; \quad \Gamma_{3,3} = z_i^3 M_i \Gamma_{0,0};$$

16) программа $yM\Gamma ct_{444}$;

17) программа $yM\Gamma ab_{444}$;

18) вставим $i = i + 1$;

19) вычислим z_i ; $\Gamma_{0,0}$; $\Gamma_{0,1}$; $\Gamma_{0,2}$; $\Gamma_{0,3}$; $\Gamma_{1,0}$; $\Gamma_{1,1}$; $\Gamma_{1,2}$; $\Gamma_{1,3}$; $\Gamma_{2,0}$;
 $\Gamma_{2,1}$; $\Gamma_{2,2}$; $\Gamma_{2,3}$; $\Gamma_{3,0}$; $\Gamma_{3,1}$; $\Gamma_{3,2}$; $\Gamma_{3,3}$;

20) вычислим

$$e_i = (b_i p \Pi_k - H_i p^2 + b_i) / 2 \cdot 10^6 M_i z_i;$$

$$u_i = m_i p^2 / 2 \cdot 10^6 M_i z_i^3;$$

21) вычислим

$$c_{0,0} = t_{0,0}; \quad c_{1,0} = t_{1,0} / z_i;$$

$$c_{2,0} = (t_{2,0} / z_i^2 M_i) + (e_i t_{1,0} / z_i);$$

$$c_{3,0} = (t_{3,0} / z_i^3 M_i) + (u_i t_{0,0});$$

22) вычислим

$$a_{0,0} = \bar{b}_{0,0}; \quad a_{1,0} = \bar{b}_{1,0} / z_i;$$

$$a_{2,0} = (\bar{b}_{2,0} / z_i^2 M_i) + (e_i \bar{b}_{1,0} / z_i);$$

$$a_{3,0} = (\bar{b}_{3,0} / z_i^3 M_i) + (u_i \bar{b}_{0,0});$$

23) если $y_i - 1 = 0$, идти к 27;

24) вычислим

$$c_{3,0} = c_{3,0} - y_i / 2000000 M_i z_i^3;$$

$$a_{3,0} = a_{3,0} - y_i / 2000000 M_i z_i^3;$$

25) если $i - 19 \leq 0$, идти к 16;

26) идти к 31;

27) вычислим

$$a_{1,0} = -c_{1,0} a_{0,0} / c_{0,0} + a_{1,0};$$

$$a_{2,0} = -c_{2,0} a_{0,0} / c_{0,0} + a_{2,0};$$

$$a_{3,0} = -c_{3,0} a_{0,0} / c_{0,0} + a_{3,0};$$

28) допустим $a_{0,0} = 0$; $c_{0,0} = 0$; $c_{1,0} = 0$; $c_{2,0} = 0$;

29) вычислим $c_{3,0} = y_i / 2 \cdot 10^6 M_i z_i^3$;

30) если $i - 19 \leq 0$, идти к 16;

31) вычислим $0 = c_{2,0} a_{3,0} - c_{3,0} a_{2,0}$;

32) печатаем с 9 знаками p 0;

33) вставим $p = p + 1$;

34) если $p - 200 \leq 0$, идти к 11;

- 35) вставим $k = k + 1$;
 36) если $k - 2 \leq 0$, идти к 10;
 37) кончаем.
 Исполним 1.

2.7. Обозначения переменных даны в табл. 1.

Таблица 1

Наименование физических величин	Обозначения	
	в формуле	в машине
Длина участка	l_i	l_i
Площадь сечения вала	F_i	g_i
Момент инерции вала	J_i	M_i
Сосредоточенная масса	M_i	m_i
Экваториальный момент инерции диска	$I_{\vartheta i}$	H_i
Осевой момент инерции диска	I_{oi}	ω_i
Радиальная жесткость опор	α_i	y_i
Угловая жесткость опор	β_i	b_i
Собственная частота вала	λ	p
Скорость вращения агрегата	ω	Πk
Функции Крылова	S_i	$\Gamma_{0,0}$
	T_i	$\Gamma_{0,1}$
	U_i	$\Gamma_{0,2}$
	V_i	$\Gamma_{0,3}$
	$k_i V_i$	$\Gamma_{1,0}$
	$k_i S_i$	$\Gamma_{1,1}$
	$k_i T_i$	$\Gamma_{1,2}$
	$k_i U_i$	$\Gamma_{1,3}$
	$k_i^2 J_i U_i$	$\Gamma_{2,0}$
	$k_i^2 J_i V_i$	$\Gamma_{2,1}$
	$k_i^2 J_i S_i$	$\Gamma_{2,2}$
	$k_i^2 J_i T_i$	$\Gamma_{2,3}$
	$k_i^3 J_i T_i$	$\Gamma_{3,0}$
	$k_i^3 J_i U_i$	$\Gamma_{3,1}$
	$k_i^3 J_i V_i$	$\Gamma_{3,2}$
	$k_i^3 J_i S_i$	$\Gamma_{3,3}$
	k_i	z_i
	$\frac{I_{oi}\omega p - I_{\vartheta i}p^2}{EJ_i k_i}$	e_i
	$\frac{M_i p^2}{EJ_i k_i^3}$	q_i

ТЕХНИЧЕСКАЯ
 БИБЛИОТЕКА
 НОРИЛЬСКОГО
 КОМБИНАТА

Наименование физических величин	Обозначения	
	в формуле	в машине
Коэффициенты при произвольной постоянной A_0		$c_{l,j}$
Коэффициенты при произвольной постоянной B_0		$a_{l,j}$
Определитель системы	Δ	О

3. СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ВАЛА

3.1. Рассматривается электромеханическая система, состоящая из ротора генератора и рабочего колеса, связанных между собой валом (механическая жесткость), а с неподвижным основанием — эквивалентной сосредоточенной жесткостью электромагнитного поля.

3.2. Так как эти две жесткости соответствуют частотам, существенно отличающимся друг от друга, расчетную схему можно упростить и принять две более простые схемы:

- а) упругий вал с двумя или тремя массами [1];
- б) твердое тело (вал), установленное на пружине (эквивалентная жесткость электромагнитного поля).

3.3. В соответствии с п. 3.2а собственная частота для двухмассовой схемы определяется по формуле:

$$k_1 = \sqrt{\frac{(I_1 + \bar{I}_2) C_{1\varphi}}{I_1 \bar{I}_2}}; \quad (3.1)$$

для трехмассовой схемы по формуле:

$$k_1 = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{C_{1\varphi}}{\bar{I}_2} + \frac{C_{2\varphi}}{I_1} + \frac{C_{1\varphi} + C_{2\varphi}}{I_{\text{пр}}} \right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{C_{1\varphi}}{\bar{I}_2} + \frac{C_{2\varphi}}{I_1} + \frac{C_{1\varphi} + C_{2\varphi}}{I_{\text{пр}}} \right)^2 - \frac{4C_{1\varphi}C_{2\varphi}}{I_1 \bar{I}_2 I_{\text{пр}}} (I_1 + \bar{I}_2 + I_{\text{пр}})}}. \quad (3.2)$$

В (3.1) и (3.2) введены следующие обозначения:

- I_1 — осевой момент инерции ротора генератора;
- \bar{I}_2 — осевой момент инерции рабочего колеса вместе с присоединенным моментом инерции воды;
- $I_{\text{пр}}$ — осевой момент инерции промежуточной массы;
- $C_{1\varphi}$ — крутильная жесткость вала;
- $C_{2\varphi}$ — крутильная жесткость участка между промежуточной массой и ротором генератора (включая жесткость спиц ротора генератора).

Полученная частота k_1 соответствует чисто механической частоте собственных колебаний.

3.4. Электромеханическая частота гидрогенератора, подключенного к шинам бесконечной мощности, определяется согласно [2], [3], [4] по формуле:

$$k_2 = \sqrt{\frac{M_{\text{сн}} p'}{I}}. \quad (3.3)$$

Здесь p' — число пар полюсов; I — момент инерции вращающихся частей вместе с присоединенным моментом инерции воды к рабочему колесу;

$$M_{\text{сн}} = 10,2 \frac{m}{\Omega} \left[\frac{EU}{x_d} \cos \delta_0 + U^2 \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \cos 2\delta_0 \right], \quad (3.4)$$

где m — число фаз;

E — фазная э.д.с. по продольной оси, в;

U — фазное напряжение на выводах генератора, в;

x_d и x_q — реактивные сопротивления по продольной и поперечной оси, ом;

δ_0 — угол нагрузки;

Ω — скорость вращения вала, 1/сек.

4. ПРИСОЕДИНЕННЫЕ МАССЫ ЖИДКОСТИ

4.1. Воздействие жидкости на движущееся в ней твердое тело проявляется в виде присоединенной массы и присоединенного момента инерции жидкости к массе и моменту инерции массы твердого тела. Ниже излагается приближенный метод определения присоединенной массы воды и учета ее влияния на собственные частоты колебаний горизонтального капсульного гидроагрегата.

4.2. Считая, что капсула представляет собой эллипсоид вращения, рассмотрим три вида ее движения. Присоединенная масса жидкости складывается из присоединенной массы к рабочему колесу $m_{\text{р.к.}}$ и присоединенной массы к капсуле.

4.3. Эксперименты по определению собственных частот продольных колебаний капсулы показали, что присоединенная масса жидкости может быть найдена по формулам, полученным в ЦАГИ [6].

Тогда присоединенная масса капсулы при продольных колебаниях будет определяться по формуле:

$$m_{\text{к.с.}} = \mu_z \frac{4}{3} \pi \rho a b^2, \quad (4.1)$$

где ρ — плотность воды;

a и b — большая и малая полуоси эллипсоида;

μ_z — поправочный коэффициент.

Коэффициент μ_z определяется по графику, приведенному в [6] и воспроизводимому на черт. 6. Присоединенная масса на лопасти рабочего колеса будет определяться по формуле:

$$m_{\text{л}}^{(1)} = \lambda_{\text{yy}} \rho t^2 l, \quad (4.2)$$

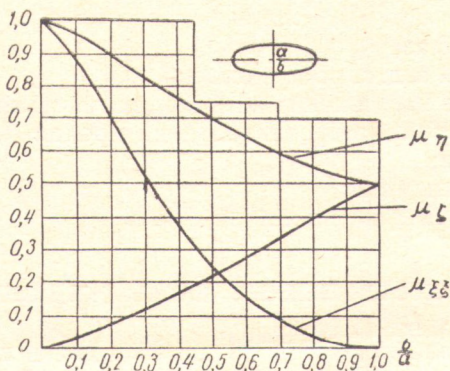
где t — шаг решетки;

l — размах лопасти рабочего колеса;

λ_{yy} — поправочный коэффициент;

ρ — плотность воды.

Графики поправочных коэффициентов для определения присоединенных масс и момента инерции масс воды в капсуле



Черт. 6

Для определения λ_{yy} воспользуемся графиком, изображенным на черт. 7 [6]. Из чертежа лопасти определяем ширину лопасти d , шаг решетки t и размах лопасти l . По отношению $\frac{d}{t}$ находим λ_{yy} . Тогда присоединенная масса на рабочем колесе окажется равной:

$$m_{\text{р.к}\zeta} = z m_{\text{л}}^{(1)}, \quad (4.3)$$

где z — число лопастей. Таким образом,

$$m_{\text{ж}\zeta} = m_{\text{р.к}\zeta} + m_{\text{к}\zeta}.$$

Приведенные формулы выведены без учета влияния стенок проточного тракта. Учет влияния стенок даст дополнительное увеличение присоединенной массы.

4.4. При поперечно-поворотных колебаниях присоединенная масса и момент инерции воды к капсуле определяется по формулам:

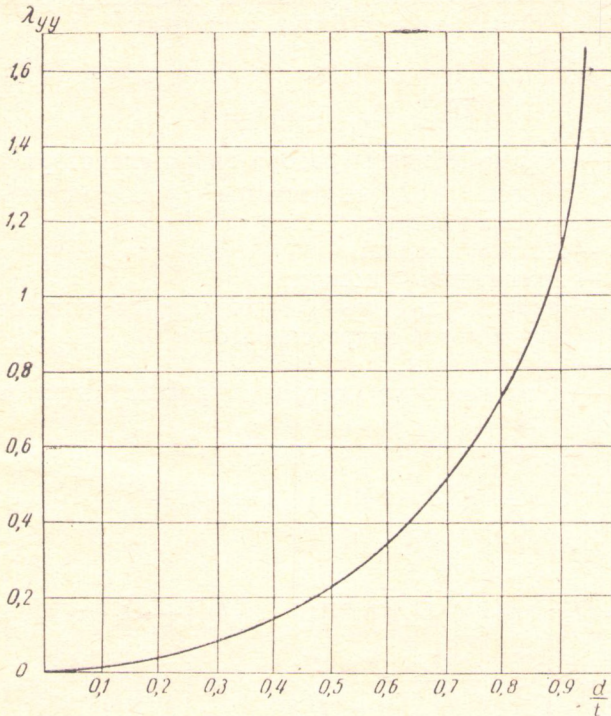
$$m_{\text{пр}} = \nu_\eta \frac{4}{3} \pi \rho a b^2, \quad (4.4)$$

$$I_{\text{пр}} = \mu_{\text{гг}} \pi \frac{4}{15} \rho (a^2 + b^2) ab^2, \quad (4.5)$$

где $\mu_{\text{гг}}$ и $\nu_{\text{гг}}$ находятся из графика на черт. 5 по отношению b/a .

4.5. Для присоединенной массы и присоединенного момента инерции воды к рабочему колесу при поперечных колебаниях вала воспользуемся результатами, полученными для гребных валов [7]. Согласно рекомендациям [7], если масса рабочего колеса m_2 , а

График поправочных коэффициентов для определения присоединенной массы к лопасти



Черт. 7

момент инерции относительно диаметра I_2 , то с учетом влияния воды при расчетах следует пользоваться величинами $\bar{m}_2 = 1,3m_2$ и $\bar{I}_2 = 1,6I_2$.

4.6. При крутильных колебаниях вала гидроагрегата также существенное влияние может оказать присоединенная масса воды. Присоединенный момент инерции к рабочему колесу определяется по формуле:

$$\bar{I}_2 = \frac{z\rho\pi l a^2 d^2}{2}, \quad (4.6)$$

где z — число лопастей;

l — длина лопасти;

d — ширина лопасти на среднем сечении;

a — радиус середины лопасти.

5. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПРИ КОРОТКИХ ЗАМЫКАНИЯХ И СБРОСАХ НАГРУЗКИ

5.1. Наиболее опасными являются режимы короткого замыкания (двухфазного и трехфазного) и сбросы нагрузки.

5.2. Вал

5.2.1. Дифференциальные уравнения движения ротора гидрогенератора и рабочего колеса будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} I_1 \ddot{\theta}_1 - C_B (\theta_2 - \theta_1) &= -M_H (\alpha_0 + \alpha_1 \sin \omega t + \alpha_2 \sin 2\omega t); \\ \bar{I}_2 \ddot{\theta}_2 + C_B (\theta_2 - \theta_1) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

где I_1 и \bar{I}_2 — осевые моменты ротора гидрогенератора и рабочего колеса (в \bar{I}_2 включается присоединенный момент инерции воды);

C_B — жесткость вала;

M_H — номинальный момент;

$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ — безразмерные коэффициенты, зависящие от параметров обмоток гидрогенератора;

ω — частота сети;

θ_1 и θ_2 — углы поворота ротора гидрогенератора и рабочего колеса.

Решая (5.1) при начальных условиях:

$$t=0; \quad \theta_1=\theta_2=0; \quad \dot{\theta}_1=\dot{\theta}_2=\frac{\omega}{p'}, \quad (5.2)$$

получим

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 &= D_1 + D_2 t + D_3 \sin k_1 t \left(1 - \frac{k_1^2 \bar{I}_2}{C_B}\right) + D_4 \cos k_1 t \times \\ &\times \left(1 - k_1^2 \frac{\bar{I}_2}{C_B}\right) - \frac{M_H \alpha_0}{k_1^2 I_1} - \frac{M_H C_B \alpha_0 t^2}{2 k_1^2 I_1 \bar{I}_2} + \sin \omega t \left(\frac{M_H \alpha_1}{I_1 (\omega^2 - k_1^2)} - \right. \\ &- \frac{M_H C_B \alpha_1}{I_1 \bar{I}_2 \omega^2 (\omega^2 - k_1^2)} \Big) + \sin 2\omega t \left(\frac{M_H \alpha_2}{I_1 (4\omega^2 - k_1^2)} - \frac{M_H \alpha_2 C_B}{I_1 \bar{I}_2 4\omega^2 (4\omega^2 - k_1^2)} \right); \\ \theta_2 &= D_1 + D_2 t + D_3 \sin k_1 t + D_4 \cos k_1 t - \\ &- \frac{M_H C_B \alpha_0 t^2}{2 k_1^2 I_1 \bar{I}_2} - \frac{M_H C_B \alpha_1 \sin \omega t}{I_1 \bar{I}_2 \omega^2 (\omega^2 - k_1^2)} - \frac{M_H C_B \alpha_2 \sin 2\omega t}{I_1 \bar{I}_2 4\omega^2 (4\omega^2 - k_1^2)}. \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

В (5.2) p' — число пар полюсов генератора; в (5.3) D_i ($i=1, 2, 3, 4$) — произвольные постоянные;

$$k_1 = \sqrt{\frac{C_B (I_1 + \bar{I}_2)}{I_1 \bar{I}_2}}.$$

Используя (5.2), получим значения произвольных постоянных

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= -D_4; \\ D_2 &= -\frac{\omega M_H \alpha_1 C_B}{I_1 \bar{I}_2 k_1^2 (\omega^2 - k_1^2)} - \frac{2\omega M_H \alpha_2 C_B}{I_1 \bar{I}_2 k_1^2 (4\omega^2 - k_1^2)} + \frac{M_H \alpha_0 C_B}{I_1 \bar{I}_2 \omega (\omega^2 - k_1^2)} + \\ &\quad + \frac{M_H \alpha_2 C_B}{I_1 \bar{I}_2 2\omega (4\omega^2 - k_1^2)} + \frac{\omega}{p'}; \\ D_3 &= \frac{\omega M_H \alpha_1 C_B}{I_1 \bar{I}_2 k_1^3 (\omega^2 - k_1^2)} + \frac{2\omega M_H \alpha_2 C_B}{I_1 \bar{I}_2 k_1^3 (4\omega^2 - k_1^2)}; \\ D_4 &= -\frac{M_H \alpha_0 C_B}{k_1^4 I_1 \bar{I}_2}. \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

5.2.2. Определим напряжения в вале от момента короткого замыкания. Угол закручивания будет:

$$\begin{aligned} \theta_2 - \theta_1 &= D_3 \frac{k_1^2 \bar{I}_2}{C_B} \sin k_1 t + D_4 \cos k_1 t \frac{k_1^2 \bar{I}_2}{C_B} + \frac{M_H \alpha_0}{k_1^2 I_1} - \\ &\quad - \frac{M_H \alpha_1}{I_1 (\omega^2 - k_1^2)} \sin \omega t - \frac{M_H \alpha_2 \sin 2\omega t}{I_1 (4\omega^2 - k_1^2)}. \end{aligned}$$

Соответствующий этому углу момент:

$$M_1 = C_B (\theta_2 - \theta_1).$$

Полный момент на валу при коротком замыкании равен:

$$M_{к.з} = M_H + M_1.$$

Касательные напряжения при коротком замыкании будут равны:

$$\tau_{к.з} = \frac{M_{к.з}}{W_p}, \quad (5.5)$$

где W_p — полярный момент сопротивления поперечного сечения вала:

$$W_p = \frac{\pi D^3}{32} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right],$$

где D — наружный диаметр вала; d — внутренний диаметр вала.

Напряжения $\tau_{к.з}$ не должны превышать допускаемого касательного напряжения $[\tau]$, которое согласно [8] равно 550 кг/см^2 .

5.3. Капсула

5.3.1. Дифференциальное уравнение движения капсулы будет:

$$I_\zeta \ddot{\varphi}_\zeta + C_{10} \varphi_\zeta = M_H (\alpha_0 + \alpha_1 \sin \omega t + \alpha_2 \sin 2\omega t), \quad (5.6)$$

где I_ζ и C_{10} — соответственно момент инерции массы капсулы и жесткость опорных закреплений.

Интерпретируя (5.6) при начальных условиях: $t=0$ $\varphi_{\zeta} = \dot{\varphi}_{\zeta} = 0$, получим:

$$\varphi_{\zeta}(t) = \frac{M_{\Pi} a_1}{C_{10} - I_{\zeta} \omega^2} \left[-\frac{\omega}{\omega_2} \sin \omega_2 t + \sin \omega t \right] + \frac{M_{\Pi} a_2}{C_{10} - I_{\zeta} 4\omega^2} \times \\ \times \left[-\frac{2\omega}{\omega_2} \sin \omega_2 t + \sin 2\omega t \right] + \frac{M_{\Pi} a_0}{C_{10}} (1 - \cos \omega_2 t). \quad (5.7)$$

В (5.7)

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{C_{10}}{I_{\zeta}}}. \quad (5.8)$$

5.3.2. По (5.7) можно определить угол поворота капсулы и динамические напряжения в колоннах статора. Максимальные динамические напряжения от изгиба в колоннах статора при коротком замыкании определяются из выражения:

$$\sigma = \frac{(a_3 \cos \alpha + a_4 R)}{J_y} y_{\max} \varphi_{\zeta \max},$$

где a_3 и a_4 находятся по формулам (1.3); y_{\max} — расстояние от центральной линии до наиболее удаленного волокна поперечного сечения колонны.

Как правило, суммарные напряжения от веса, осевой силы и от скручивающего момента короткого замыкания не представляют опасности вследствие значительных запасов, заложенных в существующие конструкции.

5.3.3. Вынужденные колебания при сбросе нагрузки вычисляются по этим же формулам, если положить $a_0 = -1$, $a_1 = a_2 = 0$.

5.3.4. Ниже приведена программа для вычисления $\varphi_{\zeta \max}$ и $(\theta_2 - \theta_1)_{\max}$ для машины «Наири-2» в режиме автопрограммирования.

Блок-схема программы приведена на черт. 8.

5.3.5. Программа для определения угла поворота капсулы и угла поворота вала при коротких замыканиях: *an ill a*.

1) введем $a_0 a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9 a_{10} a_{11}$;

2) допустим $t = 0,0005$;

3) вычислим

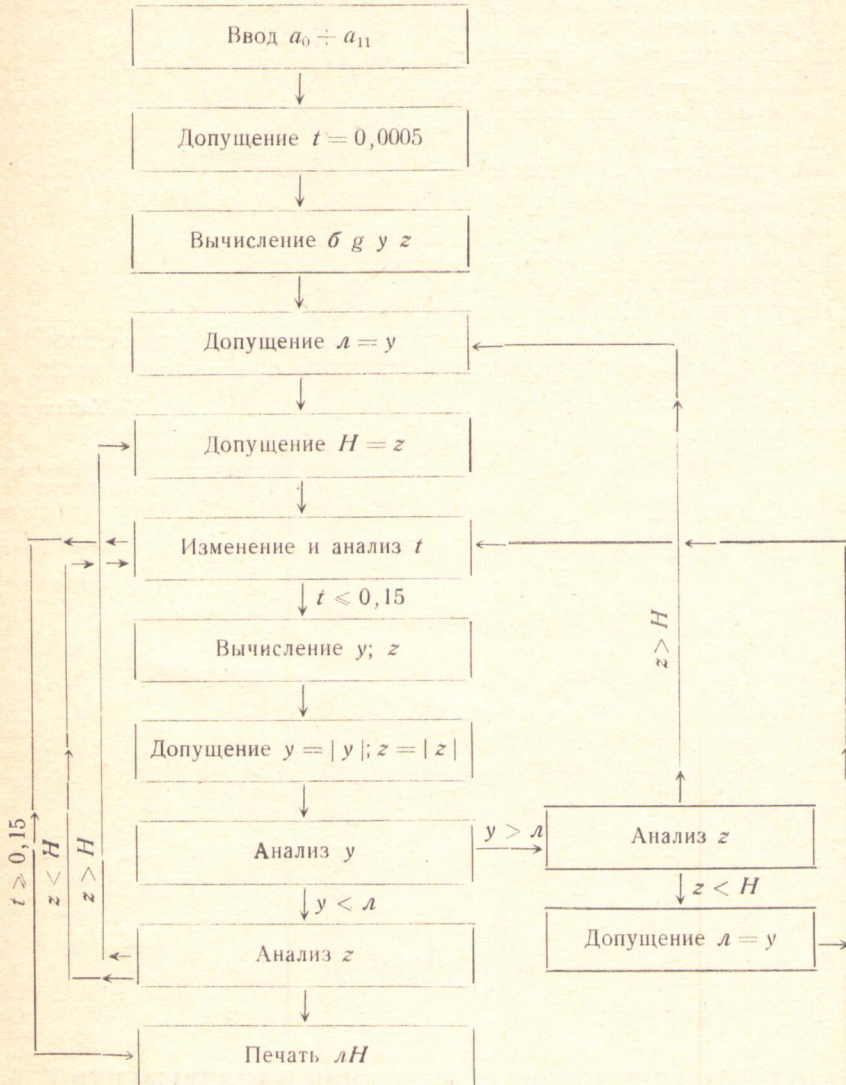
$$b = a_9 \cdot a_0 \cdot a_5 (a_2^2 - a_{10}^2) + 2a_3 / (4a_9^2 - a_{10}^2) / a_7 a_8 a_{10}^3;$$

$$g = -a_0 a_1 a_5 / a_7 a_8 a_{10}^4;$$

$$y = a_0 a_2 ((-a_9 \sin a_{11} t) / a_{11} + \sin a_9 t / (a_4 - a_6 a_9^2) + a_0 a_3 (-2a_9 \sin a_{11} t \times \\ \times t) / a_{11} + \sin 2a_9 t) / (a_4 - 4a_6 a_9^2) + a_0 a_1 (1 - \cos a_{11} t) / a_4;$$

$$z = (\delta a_{10}^2 a_3 \sin a_{10} t) / a_5 + (g a_{10}^2 a_8 \cos a_{10} t) / a_5 + a_0 (a_1 / a_{10}^2 - (a_2 \sin a_9 t) / \times \\ \times (a_9^2 - a_{10}^2) - (a_3 \sin a_9 t) (4a_9^2 - a_{10}^2) / a_7;$$

Блок-схема программы по расчету вибраций капсульных гидроагрегатов при коротких замыканиях



Черт. 8

- 4) допустим $l = |y|$;
- 5) допустим $H = |z|$;
- 6) вставим $t = t + 0,0005$;
- 7) если $t - 0,15 > 0$, идти к 16;
- 8) вычислим y ; z ;
- 9) допустим $y = |y|$ $z = |z|$;
- 10) если $l - y < 0$, идти к 13;
- 11) если $H - z < 0$, идти к 5;
- 12) идти к 6;
- 13) если $H - z < 0$, идти к 4;
- 14) допустим $l = y$;
- 15) идти к 6;
- 16) печатаем с 9-ю знаками l H ;
- 17) кончаем.

Исполним 1.

Условные обозначения к программе по расчету углов поворота капсулы и вала при коротких замыканиях приведены в табл. 2.

Таблица 2

Наименование физических величин	Обозначения	
	в формуле	в машине
Номинальный момент на генераторе	M_H	a_0
	α_0	a_1
Коэффициенты	α_1	a_2
	α_2	a_3
Крутильная жесткость колонн	C_{10}	a_4
Крутильная жесткость вала	C_B	a_5
Момент инерции массы капсулы	I_z	a_6
Осевой момент инерции оборота генератора	I_1	a_7
Осевой момент инерции рабочего колеса	I_2	a_8
Электрическая частота	ω	a_9
Крутильная частота вала	k_1	a_{10}
Крутильная частота капсулы	ω_2	a_{11}
Время	t	t
Угол поворота капсулы	φ	$l(y)$
Угол поворота вала	$\theta_2 - \theta_1$	$H(z)$

6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ, НАПРЯЖЕНИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ОТ ПОПЕРЕЧНЫХ СИЛ И ОТ НЕБАЛАНСА СОСРЕДОТОЧЕННЫХ МАСС

6.1. При проектировании горизонтальных гидроагрегатов наиболее важным является определение перемещений вала от действия поперечных сил и вынужденных колебаний, вызванных небалансом сосредоточенных масс.

6.2. Алгоритм для расчета вынужденных колебаний получен с помощью метода начальных параметров [9]. Тогда выражение произвольных постоянных $i+1$ -го участка выражается через матрицу произвольных постоянных i -того участка аналогично соотношениям (2.4) и (2.5), только формула (2.6) будет иметь вид:

$$T = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{(I_{0i+1} - I_{\vartheta i+1}) \omega^2}{EJ_{i+1} k_{i+1}} B_{i+1} \\ \frac{M_{i+1} \omega^2 (A_{i+1} + \varepsilon_{i+1}) + R_{i+1}}{EJ_{i+1} k_{i+1}^3} \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

где ε_{i+1} — эксцентриситет; R_{i+1} — сосредоточенная сила.

Выражая произвольные постоянные всех участков через произвольные постоянные нулевого участка и удовлетворив граничным условиям на правом конце вала, получим следующую систему уравнений:

$$\eta_1 A_0 + \xi_1 B_0 = \zeta_1; \quad \eta_2 A_0 + \xi_2 B_0 = \zeta_2, \quad (6.2)$$

где $\eta_1, \xi_1, \zeta_1, \eta_2, \xi_2, \zeta_2$ зависят от параметров гидроагрегата.

Из этой системы определяются произвольные постоянные нулевого участка A_0 и B_0 :

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= \frac{\xi_2 \zeta_1 - \xi_1 \zeta_2}{\eta_1 \xi_2 - \eta_2 \xi_1}; \\ B_0 &= \frac{\zeta_1 \eta_2 - \zeta_2 \eta_1}{\eta_1 \xi_2 - \eta_2 \xi_1}. \end{aligned} \right\} \quad (6.3)$$

После этого по формулам (2.4), (2.5), (6.1) можно вычислить произвольные постоянные для любого участка.

6.3. Через произвольные постоянные A_i, B_i, C_i, D_i легко определить прогиб, изгибающий момент, поперечную силу и напряжения в интересующих нас сечениях вала:

$$V_i(x) = A_i S[k_i(x - a_i)] + B_i T[k_i(x - a_i)] + C_i U[k_i(x - a_i)] + D_i V[k_i(x - a_i)]; \quad (6.4)$$

$$M_i(x) = EJ_i k_i^2 \{A_i U[k_i(x - a_i)] + B_i V[k_i(x - a_i)] + C_i S[k_i(x - a_i)] + D_i T[k_i(x - a_i)]\}; \quad (6.5)$$

$$Q_i(x) = EJ_i k_i^3 \{A_i T[k_i(x - a_i)] + B_i U[k_i(x - a_i)] + C_i V[k_i(x - a_i)] + D_i S[k_i(x - a_i)]\}; \quad (6.6)$$

$$\sigma_i(x) = \frac{M_i(x)}{W_i(x)}, \quad (6.7)$$

где $W_i(x)$ — момент сопротивления рассматриваемого участка вала.

6.4. Приведенный в этой главе алгоритм реализован на ЭЦВМ «Наири-2».

Блок-схема программы приведена на черт. 9.

6.5. Программа для определения напряжений и перемещений от поперечных сил и дебаланса сосредоточенных масс:

an i20 lg M m H y B z ш xO
i3 j3 ct Γ a б ш

- 1) допустим $i=0$;
- 2) введем $l_i g_i M_i m_i H_i y_i B_i ш_i x_i O_i$;
- 3) вставим $i=i+1$;
- 4) если $i-20 \leq 0$, идти к 2;
- 5) введем p ;
- 6) допустим

$$\begin{aligned} c_{0,0} &= 1; & c_{0,1} &= 0; & c_{0,2} &= 0; & c_{0,3} &= 0; \\ c_{1,0} &= 0; & c_{1,1} &= 0; & c_{1,2} &= 0; & c_{1,3} &= 0; \\ c_{2,0} &= 0; & c_{2,1} &= 0; & c_{2,2} &= 0; & c_{2,3} &= 0; \\ c_{3,0} &= 0; & c_{3,1} &= 0; & c_{3,2} &= 0; & c_{3,3} &= 0; \end{aligned}$$

- 7) допустим

$$\begin{aligned} a_{0,0} &= 0; & a_{0,1} &= 0; & a_{0,2} &= 0; & a_{0,3} &= 0; \\ a_{1,0} &= 1; & a_{1,1} &= 0; & a_{1,2} &= 0; & a_{1,3} &= 0; \\ a_{2,0} &= 0; & a_{2,1} &= 0; & a_{2,2} &= 0; & a_{2,3} &= 0; \\ a_{3,0} &= 0; & a_{3,1} &= 0; & a_{3,2} &= 0; & a_{3,3} &= 0; \end{aligned}$$

- 8) допустим $i=0$;
- 9) допустим

$$\begin{aligned} S_{0,0} &= 0; & S_{0,1} &= 0; & S_{0,2} &= 0; & S_{0,3} &= 0; \\ S_{1,0} &= 0; & S_{1,1} &= 0; & S_{1,2} &= 0; & S_{1,3} &= 0; \\ S_{2,0} &= 0; & S_{2,1} &= 0; & S_{2,2} &= 0; & S_{2,3} &= 0; \\ S_{3,0} &= 0; & S_{3,1} &= 0; & S_{3,2} &= 0; & S_{3,3} &= 0; \end{aligned}$$

- 10) вычислим

$$\begin{aligned} z_i &= 0,0014e((\ln g_i p^2 / M_i) / 4); \\ \Gamma_{0,0} &= 0,5((HCz_i l_i) + (Cz_i l_i)); \\ \Gamma_{0,1} &= 0,5((HSz_i l_i) + (Sz_i l_i)); \\ \Gamma_{0,2} &= 0,5((HCz_i l_i) - (Cz_i l_i)); \\ \Gamma_{0,3} &= 0,5((HSz_i l_i) - (Sz_i l_i)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Gamma_{1,0} &= z_i \Gamma_{0,3}; & \Gamma_{1,1} &= z_i \Gamma_{0,0}; & \Gamma_{1,2} &= z_i \Gamma_{0,1}; & \Gamma_{1,3} &= z_i \Gamma_{0,2}; \\ \Gamma_{2,0} &= z_i^2 M_i \Gamma_{0,2}; & \Gamma_{2,1} &= z_i^2 M_i \Gamma_{0,3}; & \Gamma_{2,2} &= z_i^2 M_i \Gamma_{0,0}; & \Gamma_{2,3} &= z_i^2 M_i \Gamma_{0,1}; \\ \Gamma_{3,0} &= z_i^3 M_i \Gamma_{0,1}; & \Gamma_{3,1} &= z_i^3 M_i \Gamma_{0,2}; & \Gamma_{3,2} &= z_i^3 M_i \Gamma_{0,3}; & \Gamma_{3,3} &= z_i^3 M_i \Gamma_{0,0};\end{aligned}$$

11) программа *yMГct* 4 4 4;

12) программа *yMГаб* 4 4 4;

13) программа *yMГSU* 4 4 4;

14) вставим $i=i+1$;

15) вычислим z_i ; $\Gamma_{0,0}$; $\Gamma_{0,1}$; $\Gamma_{0,2}$; $\Gamma_{0,3}$; $\Gamma_{1,0}$; $\Gamma_{1,1}$; $\Gamma_{1,2}$; $\Gamma_{1,3}$; $\Gamma_{2,0}$; $\Gamma_{2,1}$; $\Gamma_{2,2}$; $\Gamma_{2,3}$; $\Gamma_{3,0}$; $\Gamma_{3,1}$; $\Gamma_{3,2}$; $\Gamma_{3,3}$;

16) вычислим

$$\begin{aligned}c_{0,0} &= t_{0,0}; & c_{1,0} &= t_{1,0}/z_i; \\ c_{2,0} &= (t_{2,0}/z_i^2 M_i) + t_{1,0} (H_i p^2 + b_i) / 20000000 M_i z_i^2; \\ c_{3,0} &= (t_{3,0}/z_i^3 M_i) + (m_i p^2 - y_i) t_{0,0} / 20000000 M_i z_i^3;\end{aligned}$$

17) вычислим

$$\begin{aligned}a_{0,0} &= b_{0,0}; & a_{1,0} &= b_{1,0}/z_i; \\ a_{2,0} &= (b_{2,0}/z_i^2 M_i) + b_{1,0} (H_i p^2 + b_i) / 20000000 M_i z_i^2; \\ a_{3,0} &= (b_{3,0}/z_i^3 M_i) + (m_i p^2 - y_i) b_{0,0} / 20000000 M_i z_i^3;\end{aligned}$$

18) вычислим

$$\begin{aligned}S_{0,0} &= U_{0,0}; & S_{1,0} &= U_{1,0}/z_i; \\ S_{2,0} &= (U_{2,0}/z_i^2 M_i) + U_{1,0} (H_i p^2 + b_i) / 20000000 M_i z_i^2; \\ S_{3,0} &= (U_{3,0}/z_i^3 M_i) + ((m_i p^2 - y_i) U_{0,0} + (m_i u_i p^2 + x_i)) / 20000000 M_i z_i^3;\end{aligned}$$

19) если $i-19 \leq 0$, идти к 11;

20) вычислим

$$\begin{aligned}c_{0,0} &= (S_{3,0} a_{2,0} - S_{2,0} a_{3,0}) / (c_{2,0} a_{3,0} - c_{3,0} a_{2,0}); \\ c_{1,0} &= (S_{2,0} c_{3,0} - S_{3,0} c_{2,0}) / (c_{2,0} a_{3,0} - c_{3,0} a_{2,0});\end{aligned}$$

21) допустим $i=0$;

22) допустим

$$\begin{aligned}c_{0,1} &= 0; & c_{0,2} &= 0; & c_{0,3} &= 0; \\ c_{1,1} &= 0; & c_{1,2} &= 0; & c_{1,3} &= 0; \\ c_{2,0} &= 0; & c_{2,1} &= 0; & c_{2,2} &= 0; & c_{2,3} &= 0; \\ c_{3,0} &= 0; & c_{3,1} &= 0; & c_{3,2} &= 0; & c_{3,3} &= 0;\end{aligned}$$

23) вычислим z_i ; $\Gamma_{0,0}$; $\Gamma_{0,1}$; $\Gamma_{0,2}$; $\Gamma_{0,3}$; $\Gamma_{1,0}$; $\Gamma_{1,1}$; $\Gamma_{1,2}$; $\Gamma_{1,3}$; $\Gamma_{2,0}$; $\Gamma_{2,1}$; $\Gamma_{2,2}$; $\Gamma_{2,3}$; $\Gamma_{3,0}$; $\Gamma_{3,1}$; $\Gamma_{3,2}$; $\Gamma_{3,3}$;

- 24) программа $yM\Gamma ct\ 4\ 4\ 4$;
 25) вставим $i=i+1$;
 26) вычислим $z_i; \Gamma_{0,0}; \Gamma_{0,1}; \Gamma_{0,2}; \Gamma_{0,3}; \Gamma_{1,0}; \Gamma_{1,1}; \Gamma_{1,2}; \Gamma_{1,3}; \Gamma_{2,0};$
 $\Gamma_{2,1}; \Gamma_{2,2}; \Gamma_{2,3}; \Gamma_{3,0}; \Gamma_{3,1}; \Gamma_{3,2}; \Gamma_{3,3};$
 27) вычислим

$$c_{0,0} = t_{0,0}; \quad c_{1,0} = t_{1,0}/z_i;$$

$$c_{2,0} = (t_{2,0}/z_i^2 M_i) + t_{1,0} (H_i p^2 + b_i) / 2000000 / M_i z_i^2;$$

$$c_{3,0} = (t_{3,0}/z_i^3 M_i) + ((m_i p^2 - y_i) t_{0,0} + (m_i u_i p^2 + x_i)) / 2000000 M_i z_i^3;$$

- 28) вычислим

$$a_{0,0} = (2000000 z_i^2) M_i c_{2,0};$$

$$a_{1,0} = (2000000 z_i^3) M_i c_{3,0};$$

$$a_{2,0} = a_{0,0} / O_i;$$

- 29) печатаем с 9-ю знаками $a_{0,0} a_{1,0} a_{2,0} c_{0,0}$;

- 30) если $i - 19 \leq 0$, идти к 24;

- 31) кончаем.

Исполним 1.

6.6. Условные обозначения к программе приведены в табл. 3.

Таблица 3

Наименование физических величин	Обозначения		Примечание
	в формуле	в машине	
Длина участка	l_i	l_i	
Площадь сечения вала	F_i	g_i	
Момент инерции вала	J_i	M_i	
Сосредоточенная масса	M_i	m_i	
Разность осевого и экваториального моментов инерции диска	$I_{0i} - I_{2i}$	H_i	
Радиальная жесткость опор	α_i	y_i	
Угловая жесткость опор	β_i	b_i	
Угловая скорость вращения гидроагрегата	ω	p	
Эксцентриситет	ε_i	u_i	
Поперечная сила	R_i	x_i	
Момент сопротивления участка вала	W_i	O_i	
Изгибающий момент	M_i	$a_{0,0}$	После 27-го оператора
Поперечная сила	Q_i	$a_{1,0}$	
Напряжения	τ_i	$a_{2,0}$	
Прогиб	V_i	$c_{0,0}$	

Наименование физических величин	Обозначения		Примечание
	в формуле	в машине	
Функции Крылова	S_i	$\Gamma_{0,0}$	
	T_i	$\Gamma_{0,1}$	
	U_i	$\Gamma_{0,2}$	
	V_i	$\Gamma_{0,3}$	
	$k_i V_i$	$\Gamma_{1,0}$	
	$k_i S_i$	$\Gamma_{1,1}$	
	$k_i T_i$	$\Gamma_{1,2}$	
	$k_i U_i$	$\Gamma_{1,3}$	
	$k_i^2 J_i U_i$	$\Gamma_{2,0}$	
	$k_i^2 J_i V_i$	$\Gamma_{2,1}$	
	$k_i^2 J_i S_i$	$\Gamma_{2,2}$	
	$k_i^2 J_i T_i$	$\Gamma_{2,3}$	
Коэффициенты при постоянной A_0		$c_{i,j}$	До 18-го оператора
Коэффициенты при постоянной B_0		$a_{i,j}$	До 18-го оператора
Постоянная A_0	A_0	$c_{0,0}$	Оператор 20
Постоянная B_0	B_0	$c_{1,0}$	Оператор 20
Постоянные	$A_i, B_i, C_i,$	$c_{0,0}, c_{1,0},$	После 21-го оператора
	D_i	$c_{2,0}, c_{3,0}$	
	$k_i^3 J_i T_i$	$\Gamma_{3,0}$	
	$k_i^3 J_i U_i$	$\Gamma_{3,1}$	
	$k_i^3 J_i V_i$	$\Gamma_{3,2}$	
	$k_i^3 J_i S_i$	$\Gamma_{3,3}$	
	k_i	z_i	

7. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА И СРАВНЕНИЕ С ДАННЫМИ НАТУРНЫХ ИСПЫТАНИЙ

7.1. В качестве примера расчета собственных частот капсулы рассмотрим гидроагрегат Череповецкой ГЭС, имеющий следующие параметры (см. раздел 1):

$$M_{\zeta} = 473 \text{ кг} \cdot \text{см} / \text{сек}^2; \quad l = 223 \text{ см};$$

$$M_{\eta} = M_{\xi} = 706 \text{ кг} \cdot \text{см} / \text{сек}^2; \quad \bar{l} = 447 \text{ см};$$

$$I_{\xi} = I_{\eta} = 60 \cdot 10^6 \text{ кг} \cdot \text{см} \cdot \text{сек}^2; \quad R_1 = 232 \text{ см};$$

$$I_{\zeta} = 8,6 \cdot 10^6 \text{ кг} \cdot \text{см} \cdot \text{сек}^2; \quad R_3 = 209 \text{ см};$$

$$\bar{A} = 1808 \text{ см}^2; \quad l_p = 357 \text{ см};$$

$$A_M = 2270 \text{ см}^2; \quad a = 425 \text{ см};$$

$$A_6 = 2700 \text{ см}^2; \quad b = 350 \text{ см};$$

$$\bar{J}_y = 3,1 \cdot 10^6 \text{ см}^4; \quad c = 700 \text{ см};$$

$$\bar{J}_z = 7,35 \cdot 10^6 \text{ см}^4; \quad \bar{k} = 1;$$

$$J_{yM} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ см}^4; \quad \bar{J}_p = 2,2 \cdot 10^7 \text{ см}^4;$$

$$J_{zM} = 3,8 \cdot 10^6 \text{ см}^4; \quad J_{pM} = 1,2 \cdot 10^6 \text{ см}^4;$$

$$J_{y6} = 1,5 \cdot 10^6 \text{ см}^4; \quad J_{p6} = 6,4 \cdot 10^6 \text{ см}^4;$$

$$J_{z6} = 5,42 \cdot 10^6 \text{ см}^4; \quad \alpha = 0; \quad m = 12; \quad A_p = 50 \text{ см}^2.$$

По формулам (1.8) определяем коэффициенты $\delta_{31} - \delta_{43}$

$$\delta_{31} = \frac{-\frac{\bar{l}}{2} - R_3}{\frac{\bar{l}^3}{12E\bar{J}_z} + \frac{\bar{l}}{k'GA}} = \frac{-\left(\frac{447}{2} + 209\right)}{\frac{447^3}{12 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 7,35 \cdot 10^6} + \frac{447}{1,8 \cdot 10^5 \cdot 1808}} = -5,32 \cdot 10^8 \text{ кг};$$

$$\delta_{32} = \frac{1}{\frac{\bar{l}^3}{12E\bar{J}_z} + \frac{\bar{l}}{k'GA}} = \frac{1}{\frac{447^3}{12 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 7,35 \cdot 10^6} + \frac{447}{1,8 \cdot 10^5 \cdot 1808}} = 1,23 \cdot 10^6 \text{ кг/см};$$

$$\delta_{33} = \frac{-\frac{\bar{l}}{2} + R_3}{\frac{\bar{l}^3}{12E\bar{J}_y} + \frac{\bar{l}}{k'GA}} = \frac{\frac{447}{2} + 209}{\frac{447^3}{12 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 3,1 \cdot 10^6} + \frac{447}{1,8 \cdot 10^5 \cdot 1808}} = 2,9 \cdot 10^8 \text{ кг};$$

$$\delta_{34} = \frac{1}{\frac{\bar{l}^3}{12E\bar{J}_y} + \frac{\bar{l}}{k'GA}} = \frac{1}{\frac{447^3}{12 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 3,1 \cdot 10^6} + \frac{447}{1,8 \cdot 10^5 \cdot 1808}} = 0,67 \cdot 10^6 \text{ кг/см};$$

$$\delta_{35} = \frac{c}{\frac{\bar{l}^3}{12E\bar{J}_y} + \frac{\bar{l}}{k'GA}} = \frac{700}{\frac{447^3}{12 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 3,1 \cdot 10^6} + \frac{447}{1,8 \cdot 10^5 \cdot 1808}} = 4,7 \cdot 10^8 \text{ кг}.$$

$$\delta_{36} = -\frac{G\bar{J}_p}{\bar{l}} = -\frac{8 \cdot 10^5 \cdot 2,2 \cdot 10^7}{447} = -3,9 \cdot 10^{10} \text{ кг} \cdot \text{см};$$

$$\begin{aligned} \delta_{37} &= \frac{\frac{\bar{l}^2}{3} + \frac{E\bar{J}_y}{k'GA} + R_3 \frac{\bar{l}}{2}}{\frac{\bar{l}^3}{12E\bar{J}_y} + \frac{\bar{l}}{k'GA}} = \frac{\frac{447^2}{3} + \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^6}{1,8 \cdot 10^5 \cdot 1808} + 209 \frac{447}{2}}{\frac{447^3}{12 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 3,1 \cdot 10^6} + \frac{447}{1,8 \cdot 10^5 \cdot 1808}} = \\ &= 7,9 \cdot 10^{10} \text{ кг} \cdot \text{см}; \end{aligned}$$

$$\alpha_{5M} = -\frac{\frac{l}{2}}{\frac{l^3}{12EJ_{zM}} + \frac{l}{k'GA_M}} = -\frac{\frac{223}{2}}{\frac{223^3}{12 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 3,8 \cdot 10^6} + \frac{223}{1,8 \cdot 10^5 \cdot 2270}} = -4,65 \cdot 10^8 \text{ } \kappa\Gamma;$$

$$\alpha_{6M} = \frac{1}{\frac{l^3}{12EJ_{zM}} + \frac{l}{k'GA_M}} = \frac{1}{\frac{223^3}{12 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 3,8 \cdot 10^6} + \frac{223}{1,8 \cdot 10^5 \cdot 2270}} = 4,17 \cdot 10^6 \text{ } \kappa\Gamma/\text{см};$$

$$\alpha_{7M} = \frac{\frac{l^2}{3} + \frac{EJ_{zM}}{k'GA_M}}{\frac{l^3}{12EJ_{zM}} + \frac{l}{k'GA_M}} = \frac{\frac{223^2}{3} + \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 3,8 \cdot 10^6}{1,8 \cdot 10^5 \cdot 2270}}{\frac{223^3}{12 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 3,8 \cdot 10^6} + \frac{223}{1,8 \cdot 10^5 \cdot 2270}} = 8,6 \cdot 10^{10} \text{ } \kappa\Gamma \cdot \text{см};$$

$$\alpha_{16} = \frac{\frac{l}{2}}{\frac{l^3}{12EJ_{y6}} + \frac{l}{k'GA_6}} = \frac{\frac{223}{2}}{\frac{11 \cdot 10^6}{12 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 1,5 \cdot 10^6} + \frac{223}{1,8 \cdot 10^5 \cdot 2700}} = 2,73 \cdot 10^8 \text{ } \kappa\Gamma;$$

$$\alpha_{26} = \frac{1}{\frac{l^3}{12EJ_{y6}} + \frac{l}{k'GA_6}} = \frac{1}{\frac{11 \cdot 10^6}{12 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 1,5 \cdot 10^6} + \frac{223}{1,8 \cdot 10^5 \cdot 2700}} = 2,45 \cdot 10^6 \text{ } \kappa\Gamma/\text{см};$$

$$\alpha_{36} = \frac{\frac{l^2}{3} + \frac{EJ_{y6}}{k'GA_6}}{\frac{l^3}{12EJ_{y6}} + \frac{l}{k'GA_6}} = \frac{\frac{223^2}{3} + \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{1,8 \cdot 10^5 \cdot 2700}}{\frac{223^3}{12 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 1,5 \cdot 10^6} + \frac{223}{1,8 \cdot 10^5 \cdot 2700}} = 4,47 \cdot 10^{10} \text{ } \kappa\Gamma \cdot \text{см};$$

$$\alpha_{46} = \alpha_{16};$$

$$\delta_{56} = -\frac{\frac{l}{2}}{\frac{l^3}{12EJ_{z6}} + \frac{l}{k'GA_6}} = -\frac{\frac{223}{2}}{\frac{223^3}{12 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 5,4 \cdot 10^6} + \frac{223}{1,8 \cdot 10^5 \cdot 2700}} = -6 \cdot 10^9 \text{ } \kappa\Gamma;$$

$$\alpha_{66} = \frac{1}{\frac{l^3}{12EJ_{z6}} + \frac{l}{k'GA_6}} = \frac{1}{\frac{223^3}{12 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 5,4 \cdot 10^6} + \frac{223}{1,8 \cdot 10^5 \cdot 2700}} = 0,53 \cdot 10^7 \text{ } \kappa\Gamma/\text{см};$$

$$\delta_{76} = \frac{\frac{l^2}{3} + \frac{EJ_{z6}}{k'GA_6}}{\frac{l^3}{12EJ_{z6}} + \frac{l}{k'GA_6}} = \frac{\frac{223^2}{3} + \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 5,4 \cdot 10^6}{1,8 \cdot 10^5 \cdot 2700}}{\frac{223^3}{12 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 5,4 \cdot 10^6} + \frac{223}{1,8 \cdot 10^5 \cdot 2700}} = 1,14 \cdot 10^{11} \text{ } \kappa\Gamma \cdot \text{см};$$

$$\alpha_{8M} = \alpha_{5M}$$

$$\alpha_{9M} = \frac{EA_M}{l} = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 2270}{223} = 2,04 \cdot 10^7 \text{ кг/см};$$

$$\alpha_{10M} = \frac{GJ_{PM}}{l} = \frac{8 \cdot 10^5 \cdot 1,2 \cdot 10^6}{223} = 4,3 \cdot 10^9 \text{ кг} \cdot \text{см};$$

$$\alpha_{86} = \alpha_{56};$$

$$\alpha_{96} = \frac{EA_6}{l} = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 2700}{223} = 2,42 \cdot 10^7 \text{ кг/см};$$

$$\alpha_{106} = \frac{GJ_{P6}}{l} = \frac{8 \cdot 10^5 \cdot 6,4 \cdot 10^6}{223} = 2,3 \cdot 10^{10} \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

По формулам (1.11) с использованием формул (1.8) и (1.12) определяем коэффициенты c_i ($i=1 \div 16$).

$$c_1 = 2(\alpha_{9M} + \alpha_{96}) + 4\alpha_{2M} + \frac{m}{2} \cdot \frac{EA_p}{l_p} - \delta_{42} = 2(2,04 \cdot 10^7 + 2,42 \cdot 10^7) +$$

$$+ 4,3,13 \cdot 10^5 + \frac{12}{2} \cdot \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 50}{357} + 8,1 \cdot 10^6 = 10,03 \cdot 10^7 \text{ кг/см};$$

$$c_2 = 2(\alpha_{9M} + \alpha_{96})(a-b) + 4\alpha_{2M}(a-b) - \frac{m}{2} \cdot \frac{EA_p}{l_p} b - \delta_{43} =$$

$$= 2(2,04 \cdot 10^7 + 2,42 \cdot 10^7) 75 + 4,3,13 \cdot 10^5 \cdot 75 - \frac{12}{2} \cdot \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 50}{357} 350 -$$

$$- 5,67 \cdot 10^9 = 5,3 \cdot 10^8 \text{ кг};$$

$$c_3 = 6\alpha_{6M} + 2\alpha_{66} = 6 \cdot 4,17 \cdot 10^6 + 2 \cdot 5,3 \cdot 10^6 = 25 \cdot 10^6 + 10,6 \cdot 10^6 =$$

$$= 35 \cdot 6 \cdot 10^6 = 3,56 \cdot 10^7 \text{ кг/см};$$

$$c_4 = 2(a-b)^2(\alpha_{9M} + \alpha_{96}) + 4\alpha_{2M}(a-b)^2 + \frac{m}{2} \cdot \frac{EA_p}{l_p} b^2 + c\delta_{43} +$$

$$+ 4\alpha_{10M} + 2(\alpha_{7M} + \alpha_{76}) - 2R_1(\alpha_{8M} + \alpha_{86}) - 2R_1(\alpha_{5M} + \alpha_{56}) +$$

$$+ 2R_1^2(\alpha_{6M} + \alpha_{66}) + \delta_{40} - R_3\delta_{31} = 2 \cdot 75^2(2,04 \cdot 10^7 + 2,42 \cdot 10^7) +$$

$$+ 4 \cdot 75^2 \cdot 3,13 \cdot 10^5 + \frac{12}{2} \cdot \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 50}{357} 350^2 + 700 \cdot 5,67 \cdot 10^9 + 4 \cdot 4,3 +$$

$$+ 2(0,86 \cdot 10^{11} + 1,14 \cdot 10^{11}) - 4 \cdot 223(-4,65 \cdot 10^8 - 6 \cdot 10^9) + 2 \cdot 223^2 \times$$

$$\times (0,42 \cdot 10^7 + 0,53 \cdot 10^7) + 1,53 \cdot 10^{11} + 209 \cdot 5,32 \cdot 10^3 = 1,17 \cdot 10^{13} \text{ кг/см};$$

$$c_5 = 2(a-b)(\alpha_{9M} + \alpha_{96}) + 4(a-b)\alpha_{2M} - \frac{m}{2} \cdot \frac{EA_p}{l_p} b + c\delta_{42} = c_2;$$

$$c_6 = 4\alpha_{9M} + 2(\alpha_{2M} + \alpha_{26}) + \frac{m}{2} \cdot \frac{EA_p}{l_p} + \delta_{34} = 4 \cdot 2,04 \cdot 10^7 +$$

$$+2(3,13 \cdot 10^5 + 2,45 \cdot 10^6) + \frac{12}{2} \cdot \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 50}{357} + 0,67 \cdot 10^6 = 8,95 \cdot 10^7 \text{ кг/см};$$

$$\begin{aligned} c_7 &= -4(a-b)\alpha_{9M} - 2(\alpha_{2M} + \alpha_{26})(a-b) + \frac{m}{2} \cdot \frac{EA_p}{l_p} b + \delta_{35} = \\ &= -4 \cdot 75 \cdot 2,04 \cdot 10^7 - 2(3,13 \cdot 10^5 + 2,45 \cdot 10^6) 75 + \frac{12}{2} \cdot \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 50}{357} 350 + \\ &\quad + 4,710^8 = 5,48 \cdot 10^9 \text{ кг}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_8 &= 4(a-b)^2 \alpha_{9M} + 2(a-b)^2 (\alpha_{2M} + \alpha_{26}) + \frac{m}{2} \cdot \frac{EA_p}{l_p} b^2 + \delta_{35} c + \\ &\quad + 2(\alpha_{10M} + \alpha_{106}) + 4\alpha_{7M} - 4R_1 \alpha_{8M} - 4R_1 \alpha_{5M} + 4R^2 \alpha_{6M} - \delta_{36} = \\ &= 4 \cdot 75^2 \cdot 2,04 \cdot 10^7 + 2 \cdot 75^2 (3,13 \cdot 10^5 + 2,45 \cdot 10^6) + \frac{12}{2} \cdot \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 50}{357} 350^2 + \\ &\quad + 4,710^8 \cdot 700 + 2(4,3 \cdot 10^9 + 2,3 \cdot 10^9) + 4 \cdot 8,6 \cdot 10^{10} + \\ &\quad + 8 \cdot 223 \cdot 4 \cdot 4,65 \cdot 10^8 + 4 \cdot 223^2 \cdot 4,17 \cdot 10^6 + 3,9 \cdot 10^{10} = 2,53 \cdot 10^{12} \text{ кг} \cdot \text{см}; \end{aligned}$$

$$c_9 = -4(a-b)\alpha_{9M} - 2(a-b)(\alpha_{2M} + \alpha_{26}) + \frac{m}{2} \cdot \frac{EA_p}{l_p} b + \delta_{34} c = c_7.$$

$$\begin{aligned} c_{10} &= 6\alpha_{3M} + 2\alpha_{36} + 2R_1(6\alpha_{1M} + 2\alpha_{16}) + R_1^2(6\alpha_{2M} + 2\alpha_{26}) + \\ &\quad + \delta_{37} + R_3 \delta_{33} = 6 \cdot 5,2 \cdot 10^9 + 2 \cdot 4,47 \cdot 10^{10} + 2 \cdot 223(6 \cdot 3,5 \cdot 10^7 + \\ &\quad + 2 \cdot 2,73 \cdot 10^8) + 223^2(6 \cdot 3,13 \cdot 10^5 + 2 \cdot 2,45 \cdot 10^6) + 7,9 \cdot 10^{10} + \\ &\quad + 209 \cdot 2,9 \cdot 10^8 = 0,93 \cdot 10^{12} \text{ кг/см}. \end{aligned}$$

Подставляя числа в формулы (1.15), (1.16), (1.17) и (1.18), получим:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{c^3}{M_c}} = \frac{3,56 \cdot 10^7 \cdot 980}{273000} = 273 \quad 1/\text{сек} = 43,5 \text{ зц};$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{c_{10}}{I_c}} = \frac{0,93 \cdot 10^{12}}{8,6 \cdot 10^6} = 333 \quad 1/\text{сек} = 53 \text{ зц};$$

$$\omega_{3,4} = \sqrt{\frac{(c_1 I_\xi + c_4 M_\eta) \pm \sqrt{(c_1 I_\xi + c_4 M_\eta)^2 - 4 M_\eta I_\xi (c_1 c_4 - c_2 c_5)}}{2 M_\eta I_\xi}};$$

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{16,1 \cdot 10^{15}}{8,64 \cdot 10^{10}}} = 432 \quad 1/\text{сек} = 69 \text{ зц};$$

$$\omega_4 = \sqrt{\frac{12,7 \cdot 10^{15}}{8,64 \cdot 10^{10}}} = 384 \quad 1/\text{сек} = 61 \text{ зц};$$

$$\omega_{5,6} = \sqrt{\frac{(c_8 M_\xi + c_6 I_\eta) \pm \sqrt{(c_8 M_\xi + c_6 I_\eta)^2 - 4 M_\xi I_\eta (c_6 c_8 - c_7 c_9)}}{2 M_\xi I_\eta}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\left(\frac{706000}{980} 2,53 \cdot 10^{12} + 9,60 \cdot 10^{13}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{706000}{980} 2,53 \cdot 10^{12} + 9,60 \cdot 10^{13}\right)^2 - 2 \cdot \frac{706000}{980} 60 \cdot 10^6}}{2 \cdot \frac{706000}{980} 60 \cdot 10^6}} -$$

$$\dots \rightarrow \sqrt{\frac{-4 \cdot \frac{706000}{980} 60 \cdot 10^6 (8,95 \cdot 2,53 \cdot 10^6 - 5,482 \cdot 10^{18})}{2 \cdot \frac{706000}{980} 60 \cdot 10^6}};$$

$$\omega_5 = \sqrt{\frac{11,4 \cdot 10^{15}}{8,64 \cdot 10^{10}}} = 364 \text{ 1/сек} = 58 \text{ гц};$$

$$\omega_6 = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^{15}}{8,64 \cdot 10^{10}}} = 187 \text{ 1/сек} = 29,8 \text{ гц}.$$

Таким образом, используя (2.10), получили значения частот системы: $\omega_1 = 43,5 \text{ гц}$, $\omega_2 = 53 \text{ гц}$, $\omega_3 = 69 \text{ гц}$, $\omega_4 = 61 \text{ гц}$, $\omega_5 = 58 \text{ гц}$, $\omega_6 = 29,8 \text{ гц}$.

Запасы по возможным частотам возмущающих сил для несущей конструкции гидроагрегата Череповецкой ГЭС приведены в табл. 4.

Таблица 4

Частоты возмущающих сил	Коэффициент запаса при собственных частотах					
	$\omega_1 =$ $= 43,5 \text{ гц}$	$\omega_2 =$ $= 53 \text{ гц}$	$\omega_3 =$ $= 69 \text{ гц}$	$\omega_4 =$ $= 61 \text{ гц}$	$\omega_5 =$ $= 58 \text{ гц}$	$\omega_6 =$ $= 29,8 \text{ гц}$
Нормальные обороты (1,56 гц)	27,9	34	44,3	39,1	37,3	19,1
Разгонные обороты (3,5 гц)	12,4	15,1	19,7	17,4	16,6	8,5
Первая лопастная частота по нормальным оборотам (6,3 гц)	7	8,5	11,1	9,77	9,33	4,77
Первая лопастная частота по разгонным оборотам (14 гц)	3,1	4,3	4,93	4,35	4,15	2,13

Экспериментально определенные с помощью вибратора частоты были равны $\omega_1 = 45 \text{ гц}$ и $\omega_6 = 29 \text{ гц}$ (эксперимент ЛМЗ).

Поскольку диапазон частот, даваемых механическим вибратором, был ограничен частотой 50 гц, то ω_2 , ω_3 , ω_4 , ω_5 в данном эксперименте определены не были. Отклонения теоретических частот не превосходят 10%, что свидетельствует о достаточной обоснованности принятых при построении данной методики гипотез. Как по-

казано в табл. 4, агрегат Череповецкой ГЭС имеет по всем указанным частотам возмущающих сил достаточные запасы.

7.2. По изложенной в разделе 2 методике определены собственные частоты и критические скорости валов гидроагрегатов Киевской, Перепадной и Нижне-Камской ГЭС (табл. 5).

Таблица 5

Наименование ГЭС	Собственная частота		Критическая скорость
	при нормальной скорости вращения	при разгонной скорости вращения	
Киевская	89	92,5	135
Перепадная	84,5	87	102
Нижне-Камская, двухпорный вариант, $D_{p.k} = 7,5 \text{ м}$	57,5	59	70
Нижне-Камская, трехпорный вариант, $D_{p.k} = 7,5 \text{ м}$	123	126	154
Нижне-Камская, четырехпорный вариант, $D_{p.k} = 8,0 \text{ м}$	117	118	119

Как видно из табл. 5, разница между собственной частотой и критической скоростью может быть весьма существенной.

Запасы собственных частот валов горизонтальных капсульных гидроагрегатов приведены в табл. 6.

Таблица 6

Наименование ГЭС	Обороты гидроагрегата	
	нормальные	разгонные
Киевская	9,9	5,15
	2,46	1,29
Перепадная	8,6	3,95
	2,15	1
Нижне-Камская, двухпорный вариант, $D_{p.k} = 7,5 \text{ м}$	7,68	3,40
	1,92	0,85
Нижне-Камская, трехпорный вариант, $D_{p.k} = 7,5 \text{ м}$	16,5	7,1
	4,12	1,78
Нижне-Камская, четырехпорный вариант, $D_{p.k} = 8 \text{ м}$	15,6	6,8
	1,95	1,13

Примечание. В числителе указаны по соответствующим оборотам, в знаменателе — запасы по первой лопастной частоте.

Как следует из табл. 6, на разгонных оборотах возможны колебания с первой гармоникой лопастной частоты.

7.3. Применим выведенные в разделе 3 формулы для расчета собственной частоты крутильных электромеханических колебаний вала, при следующих параметрах гидрогенератора:

$$m=3; \quad U=1820 \text{ в}; \quad E=2690 \text{ в}; \quad x_d=0,69 \text{ ом}; \quad x_q=0,49 \text{ ом}; \\ \Omega=9 \text{ 1/сек}; \quad I=6,4 \cdot 10^6 \text{ кг} \cdot \text{см} \cdot \text{сек}^2; \quad p'=35; \quad \delta_0=38^\circ 50'; \\ \cos \delta_0 = \cos 38^\circ 50' = 0,78; \quad \cos 2\delta_0 = \cos 77^\circ 20' = 0,214.$$

По формуле (3.4) определяем

$$M_{\text{сн}} = \frac{10,2m}{\Omega} \left[\frac{EU}{x_d} \cos \delta_0 + U^2 \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \cos 2\delta_0 \right] = \frac{10,2 \cdot 3}{9} \cdot \frac{2690 \cdot 1820}{0,69} \times \\ \times 0,78 + 1820^2 \left(\frac{1}{0,49} - \frac{1}{0,69} \right) 0,214 = 20,3 \cdot 10^6 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

По формуле (3.3) находим собственную частоту электромеханических колебаний

$$k_2 = \sqrt{\frac{M_{\text{сн}} p'}{I}} = \sqrt{\frac{20,3 \cdot 10^6 \cdot 35}{6,4 \cdot 10^6}} = 10,6 \text{ 1/сек} = 1,63 \text{ гц}.$$

Натурные исследования по отключению короткого замыкания показали, что мощность до достижения установившегося режима колеблется с частотой такого же порядка (2—2,5 гц).

7.4. По формулам раздела 4 вычисляем присоединенные массы и моменты инерции для различных видов колебаний.

Определим присоединенную массу капсулы при продольных колебаниях. Присоединенная масса складывается из присоединенной массы капсулы и присоединенной массы рабочего колеса. Присоединенная масса к капсуле определяется по формуле:

$$m_{k_2} = \mu_z \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi \rho a b^2}{g},$$

где μ_z определяется из графика на черт. 5.

По отношению $\frac{b}{a} = 0,4$ находим, что коэффициент $\mu_z = 0,15$.

Тогда

$$m_{k_2} = 0,15 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{10^{-3} \pi}{0,98 \cdot 10^3} 0,75 \cdot 9 \cdot 10^7 = 43 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{см}.$$

Для расчета присоединенной массы $m_{p.k_2}$ возьмем среднее сечение лопасти рабочего колеса ПЛ-984, которое имеет параметры: $d=240 \text{ см}$, $l=200 \text{ см}$, $t=298 \text{ см}$, $z=4$. По формуле (5.3) имеем $m_{p.k_2} = z i_{yy} \sigma t^2 l$.

По $\frac{d}{t} = \frac{240}{298} = 0,8$ из графика на черт. 7 получим $\lambda_{yy} = 0,75$. Тогда присоединенная масса к рабочему колесу будет: $m_{p.k_2} = 4 \cdot 0,75 \cdot 10^{-6} \cdot 298^2 \cdot 200 = 53 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{см}.$

Таким образом, присоединенная масса при продольных колебаниях будет равна $m_{ж\zeta} = m_{p.k\zeta} + m_{к\zeta} = 41 + 53 = 94 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{см}$.

Определим присоединенную массу и присоединенный момент инерции масс воды к капсуле при поперечно-поворотных колебаниях.

По отношению $\frac{b}{a} = \frac{300}{750} = 0,4$ найдем поправочные коэффициенты μ_{η} и $\nu_{\xi\xi}$ из рис. 6: $\nu_{\eta} = 0,78$; $\nu_{\xi\xi} = 0,36$.

Тогда

$$m_{np} = \nu_{\eta} \frac{4}{3g} \pi \rho a b^2 = 0,78 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{10^{-3}}{0,98 \cdot 10^3} \cdot 750 \cdot 300^2 = 225 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{см}.$$

$$I_{np} = \nu_{\xi\xi} \frac{4}{15g} \pi \rho (a^2 + b^2) a b^2 = 0,36 \cdot 4 \cdot \pi \frac{10^{-3}}{15 \cdot 0,98 \cdot 10^3} \times \\ \times (56 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^4) 0,75 \cdot 9 \cdot 10^7 = 16,2 \cdot 10^6 \text{ кг} \cdot \text{см} \cdot \text{сек}^2.$$

Определим присоединенный момент инерции воды к рабочему колесу гидроагрегата для крутильных колебаний. Исходные данные решетки: $z=4$; $d=240 \text{ см}$; $l=200 \text{ см}$; $a=200 \text{ см}$. Подставляя эти величины в формулу (5.6), получим

$$I_{np} = \frac{4 \cdot 200 \cdot 10^{-3} \cdot 240^2 \cdot 200^2}{2 \cdot 980} = 2,92 \cdot 10^6 \text{ кг} \cdot \text{см} \cdot \text{сек}^2.$$

Полный момент инерции рабочего колеса будет:

$$\bar{I}_2 = I_2 + I_{np} = 1,1 \cdot 10^6 + 2,92 \cdot 10^6 = 4,02 \cdot 10^6 \text{ кг} \cdot \text{см} \cdot \text{сек}^2.$$

7.5. По разработанной в данном РТМ программе произведен расчет вынужденных крутильных колебаний капсулы и вала гидроагрегата Киевской ГЭС при трехфазном коротком замыкании на зажимах генератора.

Исходные параметры:

$$I_{\zeta} = 13,4 \cdot 10^6 \text{ кг} \cdot \text{см} \cdot \text{сек}^2; \quad I_1 = 2,4 \cdot 10^6 \text{ кг} \cdot \text{см} \cdot \text{сек}^2;$$

$$\bar{I}_2 = 4,02 \cdot 10^6 \text{ кг} \cdot \text{см} \cdot \text{сек}^2; \quad \alpha_0 = 0,033;$$

$$\alpha_1 = 2,61; \quad \alpha_2 = 0,08; \quad \omega_2 = 141 \text{ 1/сек};$$

$$\omega = 314 \text{ 1/сек}; \quad k_1 = 81 \text{ 1/сек};$$

$$c_{10} = 27 \cdot 10^{10} \text{ кг} \cdot \text{см}; \quad c_{\text{в}} = 9,9 \cdot 10^9 \text{ кг/см};$$

$$M_{\Pi} = 1,92 \cdot 10^7 \text{ кг} \cdot \text{см}; \quad D = 100 \text{ см}; \quad d = 60 \text{ см}.$$

Максимальное значение угла поворота капсулы оказалось равным $0,154 \cdot 10^{-3}$. Это соответствует перемещению нижнего конца колонны статора $\Delta = 0,37 \text{ мм}$. По данным натурных исследований, проведенных НИС Гидропроекта, средняя величина изменений этого перемещения оказалась равной $0,400 \text{ мм}$. Это соответствует напряжениям в колонне 265 кг/см^2 .

Максимальное значение угла закручивания вала оказалось равным $0,87 \cdot 10^{-3}$ рад. Этому углу соответствует момент

$$M_1 = c_v(\theta_2 - \theta_1) = 9,9 \cdot 10^9 \cdot 0,87 \cdot 10^{-3} = 0,86 \cdot 10^7 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Полный момент на валу при коротком замыкании

$$M_{\text{к.з}} = M_n + M_1 = 1,92 \cdot 10^7 + 0,86 \cdot 10^7 = 2,78 \cdot 10^7 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Полярный момент сопротивления вала равен:

$$W_p = \frac{\pi D^3}{32} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right] = 168000 \text{ см}^3.$$

Тогда

$$\tau_{\text{к.з}} = \frac{M_{\text{к.з}}}{W_p} = \frac{2,78 \cdot 10^7}{1,68 \cdot 10^5} = 165 \text{ кг/см}^2;$$

$$\tau_{\text{к.з}} \leq [\tau] = 550 \text{ кг/см}^2.$$

7.6. По приведенной в разделе 6 методике произведен расчет вынужденных колебаний вала гидроагрегата Киевской ГЭС. Величины эксцентриситета на генераторе и рабочем колесе были приняты равными 1 см.

Результаты расчета показали:

а) максимальные динамические напряжения в вале от небаланса возникают у турбинного подшипника и равны $13,4 \text{ кг/см}^2$;

б) максимальный прогиб имеет место на рабочем колесе и равен 49 мк.

Такой уровень вибраций свидетельствует, что агрегат удовлетворяет нормам ОРГРЭСа с оценкой хорошо.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аронсон А. Л. [и др.]. Расчет на прочность деталей гидротурбин. Изд-во «Машиностроение», 1965.
2. Костенко М. П. Электрические машины. Ч. 2. Госэнергоиздат, 1958.
3. Адкинс Б. А. Общая теория электрических машин. Госэнергоиздат, 1960.
4. Урусов И. Д. Линейная теория колебаний синхронной машины. Изд-во АН СССР, 1960.
5. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Роде Н. Б. Теоретическая гидромеханика. Ч. 1. Физматгиз, 1963.
6. Риман И. С., Крепс Р. Л. Присоединенные массы тел различной формы. «Труды ЦАГИ», № 635. М., 1947.
7. Прокофьев Е. А., Самсонов Ю. А., Чернов С. К. Вибрация деталей судовых турбоагрегатов. Т. 2. Судпромгиз, 1966.
8. Нормы допускаемых напряжений основных деталей гидротурбин. Отчет ЛМЗ № 1950. 1969.
9. Бугов А. У., Петров В. П. Расчет вынужденных колебаний ротора гидроагрегата от дебаланса сосредоточенных масс и поперечных сил с помощью ЭЦВМ. «Труды ЛМЗ», № 12. Л., 1969.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Собственные частоты несущей конструкции	1
2. Собственные частоты поперечных колебаний валов гидроагрегатов	11
3. Собственные частоты крутильных колебаний вала	18
4. Присоединенные массы жидкости	19
5. Вынужденные колебания капсульных гидроагрегатов при корот- ких замыканиях и сбросах нагрузки	22
6. Определение усилий, напряжений и перемещений от поперечных сил и от небаланса сосредоточенных масс	26
7. Примеры расчета и сравнение с данными натурных испытаний	32
Л и т е р а т у р а	42

Редактор *В. С. Розанова*
Техн. ред. *Н. П. Белянина* Корректор *В. Н. Шонурова*

Сдано в набор 9/VII 1971 г. Подп. к печ. 2/XI 1971 г. Форм. бум. 60×90¹/₁₆.
Объем 3 печ. л. Тираж 500. Заказ 462. Цена 60 коп.

Группа полиграфических работ ОНТИ ЦКТИ им. И. И. Ползунова
194021, Ленинград, Политехническая ул., д. 24.